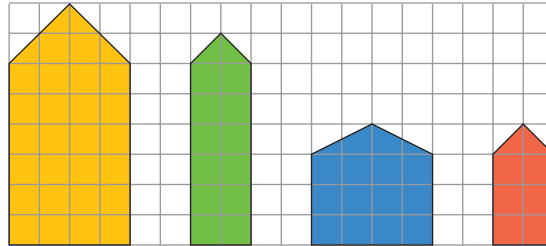


Página 175

PRACTICA

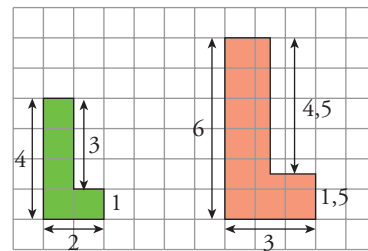
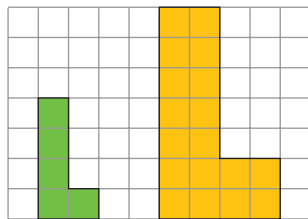
Semejanza de figuras

- 1 ¿Cuáles de estas figuras son semejantes? ¿Cuál es su razón de semejanza?



La primera y la cuarta son semejantes, porque todos los lados de la primera figura miden el doble de los de la segunda figura.

- 2 Copia en una hoja de papel cuadriculado estas dos figuras. Modifica la de la derecha para que sean semejantes.



La solución no es única.

Estas dos figuras son semejantes, porque:

$$\frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{4,5}{3} = \frac{1,5}{1} = 1,5 \rightarrow \text{razón de semejanza}$$

- 3 En un mapa cuya escala es 1:1 500 000, la distancia entre dos ciudades es 2,5 cm.

a) ¿Cuál es la distancia real entre ellas?

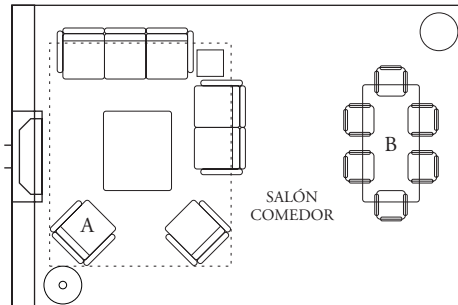
b) ¿Cuál será la distancia en ese mapa entre dos ciudades A y B cuya distancia real es 360 km?

a) Como la escala es 1:1 500 000, cada centímetro en el mapa corresponde a 1 500 000 cm en la realidad, que equivalen a 15 km.

2,5 cm en el mapa serán: $2,5 \cdot 15 = 37,5$ km en la realidad.

b) $\frac{360\,000\,000}{1\,500\,000} = 24$ cm

- 4 En una oficina de venta de pisos han hecho este plano a escala 1/50.



- a) Calcula las dimensiones reales del salón y su área.
 b) Halla las dimensiones de la mesa B y del sillón A. ¿Te parecen razonables? ¿Es posible que los vendedores hayan dibujado los muebles para dar la sensación de que la habitación es más grande de lo que realmente es?

- a) Cada centímetro del plano equivale a 0,5 m en la realidad.

$$\text{Dimensiones del salón: } (6 \cdot 0,5 \text{ m}) \times (4 \cdot 0,5 \text{ m}) = 3 \text{ m} \times 2 \text{ m}$$

$$\text{Área del salón: } 6 \text{ m}^2$$

- b) Mesa: $(0,75 \cdot 0,5 \text{ m}) \times (1,55 \cdot 0,5 \text{ m}) = 0,375 \text{ m} \times 0,775 \text{ m}$

Podemos considerar (por errores de medición) que la mesa mide:

$$0,4 \text{ m} \times 0,8 \text{ m, es decir, } 40 \text{ cm} \times 80 \text{ cm.}$$

$$\begin{aligned} \text{Sillón A: } (0,7 \cdot 0,5 \text{ m}) \times (0,65 \cdot 0,5 \text{ m}) &= 0,35 \text{ m} \times 0,325 \text{ m} = \\ &= 35 \text{ cm} \times 32,5 \text{ cm} \end{aligned}$$

Las medidas no son razonables en absoluto: un salón de 6 m^2 es una estancia algo pequeña.

En una mesa de $40 \text{ cm} \times 80 \text{ cm}$ no caben, se apoyen como se apoyen, seis comensales y, para finalizar, en un sillón de estas medidas no hay quien se siente.

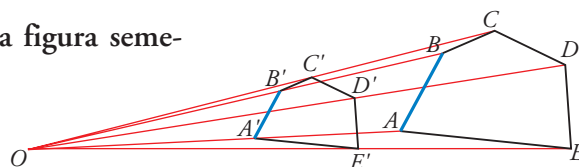
Conclusión: el plano está hecho hábilmente para engañar al comprador.

Construcción de figuras semejantes

- 5 La figura $A'B'C'D'E'$ se ha construido de modo que sus lados sean paralelos a los correspondientes de $ABCDE$ y los vértices correspondientes alineados con O .

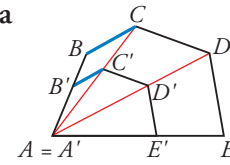
De este modo se obtiene una figura semejante a la que había.

Halla la razón de semejanza.



También procediendo como ves a la derecha se obtiene una figura semejante.

Copia en tu cuaderno el pentágono $ABCDE$ y reproducélo mediante este método con razón de semejanza 3.



$\overline{OA'} = 3 \text{ cm}$ y $\overline{OA} = 5 \text{ cm}$, es decir, $\overline{OA} = \frac{5}{3} \overline{OA'}$

La razón de semejanza es $\frac{5}{3}$

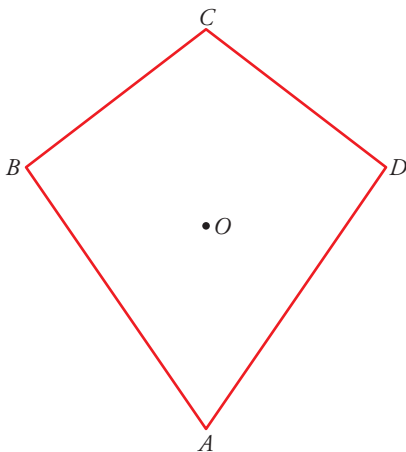
En la segunda figura, el objetivo es conseguir que:

$$\overline{AB} = 3 \overline{A'B'} \quad \overline{AD} = 3 \overline{A'D'}$$

$$\overline{AC} = 3 \overline{A'C'} \quad \overline{AE} = 3 \overline{A'E'}$$

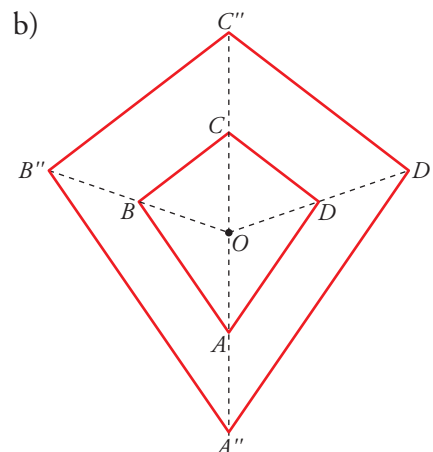
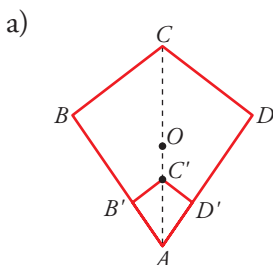
Los segmentos de $A'B'C'D'E'$ son paralelos o coinciden con los de $ABCDE$.

6



a) Copia en tu cuaderno esta figura y redúcela a $1/3$ de su tamaño tomando A como punto de proyección.

b) Ampliála al doble tomando O como punto de proyección.



Semejanza de triángulos

- 7 Dos triángulos ABC y $A'B'C'$ son semejantes y su razón de semejanza es $2/3$. Calcula los lados del triángulo $A'B'C'$ si sabemos que:

$$\overline{AB} = 12 \text{ m}, \quad \overline{BC} = 9 \text{ m} \quad \text{y} \quad \overline{AC} = 7,5 \text{ m}$$

Si son semejantes se cumple que:

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{2}{3} \qquad \frac{\overline{B'C'}}{\overline{BC}} = \frac{2}{3} \qquad \frac{\overline{A'C'}}{\overline{AC}} = \frac{2}{3}$$

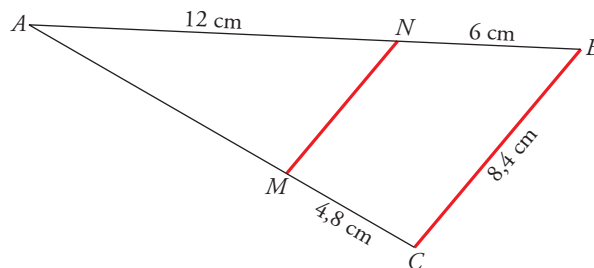
$$\frac{\overline{A'B'}}{12} = \frac{2}{3} \quad \rightarrow \quad \overline{A'B'} = \frac{12 \cdot 2}{3} = 8 \text{ m}$$

$$\frac{\overline{B'C'}}{9} = \frac{2}{3} \quad \rightarrow \quad \overline{B'C'} = \frac{9 \cdot 2}{3} = 6 \text{ m}$$

$$\frac{\overline{A'C'}}{7,5} = \frac{2}{3} \quad \rightarrow \quad \overline{A'C'} = \frac{7,5 \cdot 2}{3} = 5 \text{ m}$$

Página 176

- 8 En la figura adjunta, MN es paralelo a BC . Calcula \overline{AM} y \overline{MN} .



Los triángulos ANM y ABC están en posición de Tales.

Tenemos, pues, las siguientes igualdades: $\frac{\overline{CB}}{\overline{MN}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AN}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AM}}$

$$\frac{\overline{CB}}{\overline{MN}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AN}} \quad \rightarrow \quad \frac{8,4}{\overline{MN}} = \frac{12 + 6}{12} \quad \rightarrow \quad \overline{MN} = \frac{8,4 \cdot 12}{18} = 5,6 \quad \rightarrow \quad \overline{MN} = 5,6 \text{ cm}$$

Llamamos $x = \overline{AM}$:

$$\frac{\overline{CB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{MN}}{\overline{AM}} \quad \rightarrow \quad \frac{8,4}{4,8 + x} = \frac{5,6}{x} \quad \rightarrow \quad 8,4x = 5,6(4,8 + x) \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow 8,4x - 5,6x = 26,88 \quad \rightarrow \quad x = \frac{26,88}{2,8} = 9,6$$

Luego $\overline{AM} = 9,6 \text{ cm}$.

9 a) ¿Por qué son semejantes los triángulos APQ y ACB ?

b) Calcula $x = \overline{BQ}$.

a) El ángulo \hat{A} es común a los dos triángulos y los ángulos \hat{P} y \hat{C} son rectos, luego los ángulos \hat{Q} y \hat{B} son iguales. Por lo tanto, ambos triángulos son semejantes.

b) Por ser triángulos semejantes: $\frac{\overline{AC}}{\overline{AP}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AQ}}$

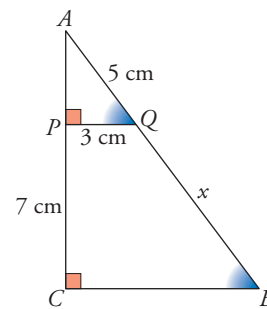
Calculamos \overline{AP} aplicando el teorema de Pitágoras:

$$\overline{AP} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$$

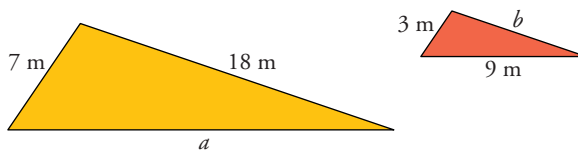
$$\overline{AC} = \overline{AP} + \overline{PC} = 4 + 7 \rightarrow \overline{AC} = 11 \text{ cm}$$

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AP}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AQ}} \rightarrow \frac{11}{4} = \frac{5+x}{5} \rightarrow 55 = 20 + 4x \rightarrow x = \frac{35}{4} = 8,75$$

$$x = 8,75 \text{ cm}$$



10



Estos dos triángulos tienen sus lados paralelos. ¿Cuánto miden los lados a y b ?

Como los lados respectivos son paralelos:

$$\hat{A} = \hat{A}', \hat{B} = \hat{B}', \hat{C} = \hat{C}'$$

y los triángulos son semejantes.

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{A'B'}} \rightarrow \frac{a}{7} = \frac{9}{3} \rightarrow a = \frac{9 \cdot 7}{3} = 21 \text{ m} \rightarrow a = 21 \text{ m}$$

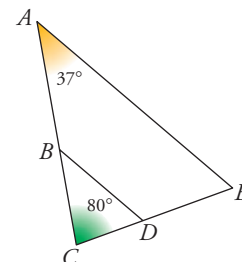
$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{B'C'}}{\overline{A'C'}} \rightarrow \frac{21}{18} = \frac{9}{b} \rightarrow b = \frac{18 \cdot 9}{21} = 7,71 \text{ m} \rightarrow b = 7,71 \text{ m}$$

11 Si BD es paralelo a AE , y $\overline{AC} = 15 \text{ cm}$, $\overline{CE} = 11 \text{ cm}$, $\overline{BD} = 6,4 \text{ cm}$:

a) Calcula \overline{CD} .

b) ¿Podemos saber cuánto vale \overline{AE} sin medirlo directamente?

c) Si $\hat{A} = 37^\circ$ y $\hat{C} = 80^\circ$, calcula \hat{E} , \hat{B} y \hat{D} .



Los triángulos ACE y BCD son semejantes, luego:

$$a) \frac{\overline{CE}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}} \rightarrow \frac{11}{15} = \frac{\overline{BD}}{6,4} \rightarrow \overline{CD} = \frac{11 \cdot 6,4}{15} = 4,7 \text{ cm}$$

b) No se puede.

$$c) \hat{A} = 37^\circ, \hat{C} = 80^\circ$$

$$\hat{E} = 180^\circ - 37^\circ - 80^\circ = 63^\circ$$

$$\hat{B} = \hat{A} = 37^\circ$$

$$\hat{D} = \hat{E} = 63^\circ$$

- 12** Los lados mayores de dos triángulos semejantes miden 8 cm y 13,6 cm, respectivamente. Si el área del primero es 26 cm². ¿Cuál es el área del segundo?

Si la razón de semejanza entre dos triángulos es k , la razón entre sus áreas es k^2 .

$$\text{Razón entre áreas} = \left(\frac{13,6}{8}\right)^2 = (1,7)^2 = 2,89$$

$$A_{\text{primero}} = 26 \text{ cm}^2 \rightarrow \frac{A'}{26} = 2,89 \rightarrow A' = 2,89 \cdot 26 = 75,14 \text{ cm}^2$$

El área del segundo triángulo mide 75,14 cm².

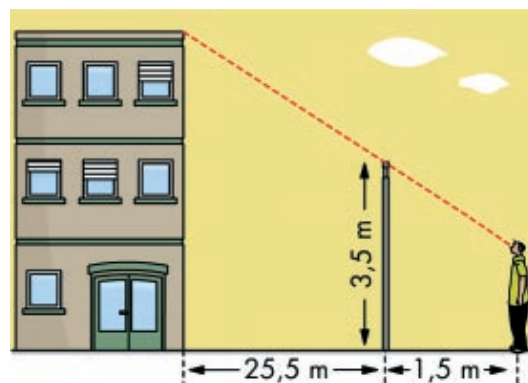
- 13** Di cuál es la relación entre los radios de dos círculos si la razón entre sus áreas es 16/9.

$$\frac{A}{A'} = \frac{16}{9} \rightarrow \frac{R}{r} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$$

Aplicaciones de la semejanza

- 14** Para medir la altura de la casa, Álvaro, de 165 cm de altura, se situó a 1,5 m de la verja y tomó las medidas indicadas.

¿Cuánto mide la casa?



$$a = 3,5 - 1,65 = 1,85 \text{ m}$$

$$\frac{25,5 + 1,5}{1,5} = \frac{h}{1,85} \rightarrow h = \frac{27 \cdot 1,85}{1,5} = 33,3 \text{ m}$$

La altura de la casa es:

$$33,3 + 1,65 = 34,95 \text{ m}$$

15 Dibuja un triángulo y, desde cada vértice, traza una recta paralela al lado opuesto. Así obtendrás un nuevo triángulo más grande.

a) Justifica por qué es semejante al inicial.

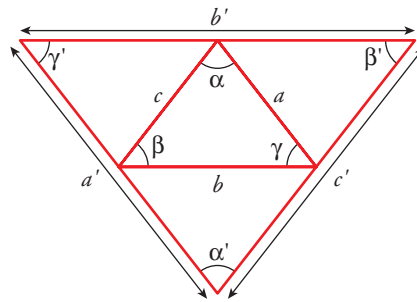
b) ¿Cuál es la razón entre las áreas?

a) Como $a//a'$ y $b//b'$, entonces $\alpha = \alpha'$.

Como $b//b'$ y $c//c'$, entonces $\beta = \beta'$.

Por tanto, $\gamma = \gamma'$.

Los tres ángulos del triángulo grande son iguales a los respectivos del triángulo pequeño. Ambos triángulos son semejantes.



b) Si la razón entre los lados es k , la razón entre las áreas es k^2 .

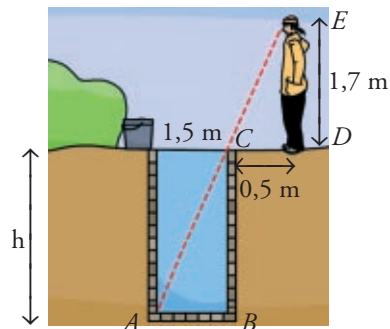
16 ¿Cuál es la profundidad de un pozo, si su anchura es 1,5 m y alejándote 0,5 m del borde, desde una altura de 1,7 m, ves que la visual une el borde del pozo con la línea del fondo?

Los triángulos ABC y CDE son semejantes.

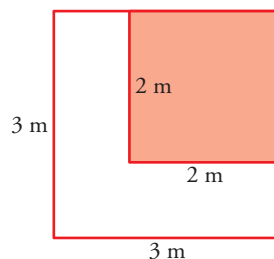
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{DE}} \rightarrow \frac{1,5}{h} = \frac{0,5}{1,7} \rightarrow$$

$$\rightarrow h = \frac{1,7 \cdot 1,5}{0,5} = 5,1 \text{ m}$$

La profundidad del pozo es 5,1 m



17 Si una plancha cuadrada de plástico de 3 m de lado pesa 12 kg, ¿cuánto pesará otra plancha, de igual material y grosor, de 2 m de lado?



$$\text{Razón de semejanza: } \frac{2}{3} \rightarrow \text{Razón entre áreas: } \frac{4}{9}$$

$$\frac{4}{9} \cdot 12 \text{ kg} \approx 5,3 \text{ kg pesa la plancha de 2 m de lado.}$$

- 18 Las diagonales de un rombo miden 12 cm y 16 cm. Halla el área de otro rombo semejante al primero, cuyo perímetro sea igual a 1 m.

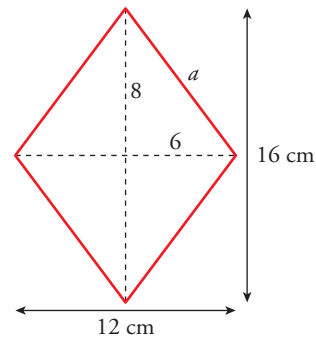
$$a = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} P = 40 \text{ cm} \\ P' = 100 \text{ cm} \end{array} \right\} \text{Razón} = \frac{40}{100} = 0,4$$

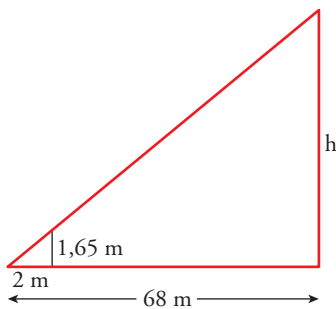
$$A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{192}{2} = 96 \text{ cm}^2$$

$$\text{Razón entre áreas} = (0,4)^2 = 0,16$$

$$\frac{96}{A'} = 0,16 \rightarrow A' = \frac{96}{0,16} = 600 \text{ cm}^2$$



- 19 ¿Cuál es la altura de una casa que proyecta una sombra de 68 m, al mismo tiempo que una persona de 1,65 m de altura proyecta una sombra de 2 m?



$$\frac{68}{h} = \frac{2}{1,65} \rightarrow h = 56,1 \text{ m}$$

La casa tiene una altura de 56,1 m.

Página 177

- 20 Esta figura representa, a escala 1:3 500, una parcela de terreno.

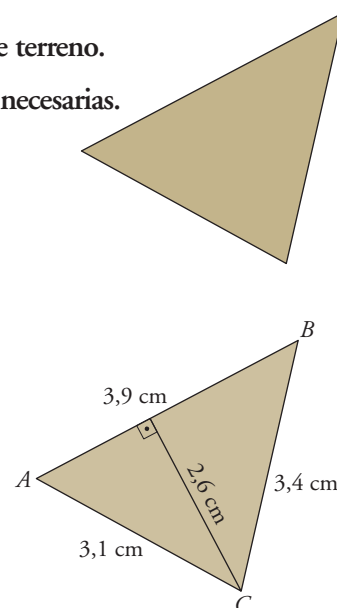
Calcula su perímetro y su área, tomando las medidas necesarias.

Tomamos las medidas sobre el plano de la parcela:

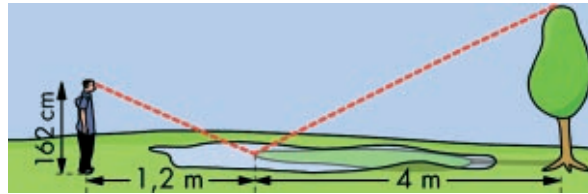
	MEDIDA EN EL PLANO	MEDIDA REAL
\overline{AB}	3,9 cm	136,5 m
\overline{BC}	3,4 cm	119 m
\overline{AC}	3,1 cm	108,5 m
h	2,6 cm	91 m

$$\text{Perímetro} = 364 \text{ m}$$

$$\text{Área} = \frac{\overline{AB} \cdot h}{2} = 6 210,75 \text{ m}^2$$



- 21 Para calcular la altura de un árbol, Eduardo ve la copa reflejada en un charco y toma las medidas que indica el dibujo. ¿Cuál es la altura del árbol?



Ambos triángulos son semejantes:

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{AB}} = \frac{4}{1,2} \rightarrow \overline{CD} = \frac{4 \cdot 1,62}{1,2} = 5,4$$

La altura del árbol es de 5,4 m.

