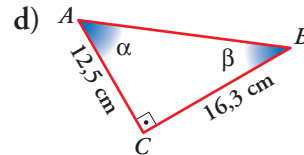
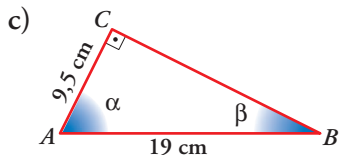
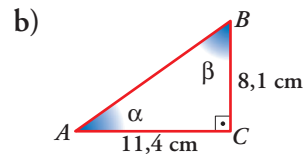
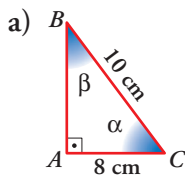


Página 187

PRACTICA

Razones trigonométricas de un ángulo

- 1 Halla las razones trigonométricas de los ángulos α y β en cada uno de los siguientes triángulos rectángulos. Previamente, calcula la longitud del lado que falta.



$$a) \overline{AB} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{6}{10} = 0,6$$

$$\operatorname{sen} \beta = \frac{8}{10} = 0,8$$

$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{8}{10} = 0,8$$

$$\operatorname{cos} \beta = \frac{6}{10} = 0,6$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{6}{8} = 0,75$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{8}{6} = 1,3\bar{3}$$

$$b) \overline{AB} = \sqrt{8,1^2 + 11,4^2} = \sqrt{195,57} \approx 13,98 \text{ cm}$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{8,1}{13,98} \approx 0,58$$

$$\operatorname{sen} \beta = \frac{11,4}{13,98} \approx 0,82$$

$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{11,4}{13,98} \approx 0,82$$

$$\operatorname{cos} \beta = \frac{8,1}{13,98} \approx 0,58$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{8,1}{11,4} \approx 0,71$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{11,4}{8,1} \approx 1,41$$

$$c) \overline{BC} = \sqrt{19^2 - 9,5^2} = \sqrt{270,75} \approx 16,45 \text{ cm}$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{16,45}{19} \approx 0,87$$

$$\operatorname{sen} \beta = \frac{9,5}{19} \approx 0,5$$

$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{9,5}{19} \approx 0,5$$

$$\operatorname{cos} \beta = \frac{16,45}{19} \approx 0,87$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{16,45}{9,5} \approx 1,73$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{9,5}{16,45} \approx 0,58$$

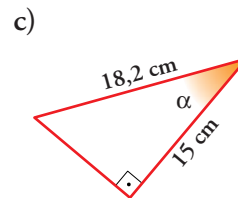
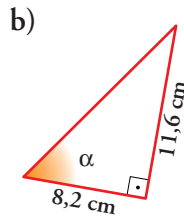
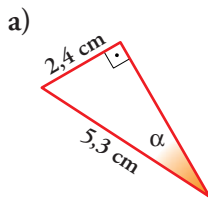
$$d) \overline{AB} = \sqrt{12,5^2 + 16,3^2} = \sqrt{421,94} \approx 20,54 \text{ cm}$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{16,3}{20,54} \approx 0,79 \quad \operatorname{sen} \beta = \frac{12,5}{20,54} \approx 0,61$$

$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{12,5}{20,54} \approx 0,61 \quad \operatorname{cos} \beta = \frac{16,3}{20,54} \approx 0,79$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{16,3}{12,5} \approx 1,304 \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{12,5}{16,3} \approx 0,77$$

2 Halla las razones trigonométricas del ángulo α en cada uno de estos triángulos:



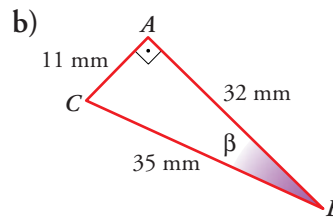
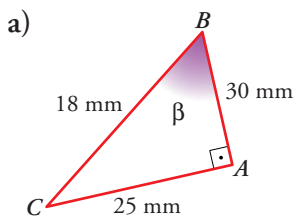
$$a) \operatorname{sen} \alpha = \frac{2,4}{5,3} = 0,45 \quad \operatorname{cos} \alpha = \sqrt{1 - 0,45^2} = 0,89 \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{0,45}{0,89} = 0,5$$

$$b) \operatorname{tg} \alpha = \frac{11,6}{8,2} = 1,41 \quad \text{La hipotenusa } h \text{ es: } h = \sqrt{11,6^2 + 8,2^2} = 14,2$$

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{11,6}{14,2} = 0,82 \quad \operatorname{cos} \alpha = \frac{8,2}{14,2} = 0,58$$

$$c) \operatorname{cos} \alpha = \frac{15}{18,2} = 0,82 \quad \operatorname{sen} \alpha = \sqrt{1 - (0,82)^2} = 0,57 \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{0,57}{0,82} = 0,69$$

3 Midiendo, calcula las razones de β :



$$a) \operatorname{sen} \beta = \frac{25}{30} = 0,8\overline{3}$$

$$\operatorname{cos} \beta = \frac{18}{30} = 0,6$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{28}{18} = 1,3\overline{8}$$

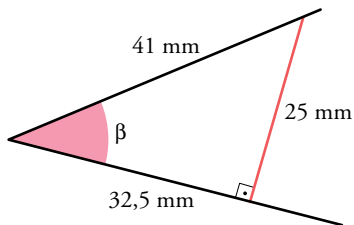
$$b) \operatorname{sen} \beta = \frac{11}{35} \approx 0,31$$

$$\operatorname{cos} \beta = \frac{32}{35} \approx 0,91$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{11}{32} \approx 0,34$$

4 Calcula las razones trigonométricas de β :

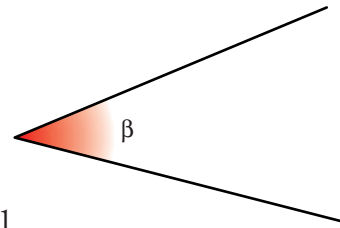
Construye un triángulo trazando una perpendicular a uno de los lados.



$$\text{sen } \beta = \frac{25}{41} = 0,61$$

$$\text{cos } \beta = \frac{32,5}{41} = 0,79$$

$$\text{tg } \beta = \frac{25}{32,5} = 0,77$$

5 Obtén con la calculadora sen , cos y tg de los siguientes ángulos:

a) 19°

b) 32°

c) 48°

d) $64,5^\circ$

e) $70^\circ 30'$

f) $83^\circ 50'$

a) $\text{sen } 19^\circ = 0,325568154$

$\text{cos } 19^\circ = 0,945518575$

$\text{tg } 19^\circ = 0,344327613$

b) $\text{sen } 32^\circ = 0,529919264$

$\text{cos } 32^\circ = 0,848048096$

$\text{tg } 32^\circ = 0,624869351$

c) $\text{sen } 48^\circ = 0,743144825$

$\text{cos } 48^\circ = 0,669130606$

$\text{tg } 48^\circ = 1,110612515$

d) $\text{sen } 64,5^\circ = 0,902585284$

$\text{cos } 64,5^\circ = 0,430511096$

$\text{tg } 64,5^\circ = 2,096543599$

e) La forma de introducir $70^\circ 30'$ en la calculadora es con la tecla $\boxed{0^\circ}'$ \rightarrow $70 \boxed{0^\circ}'$ $30 \boxed{0^\circ}'$ y aparecerá 70,5.

$\text{sen } 70^\circ 30' = 0,942641491$

$\text{cos } 70^\circ 30' = 0,333806859$

$\text{tg } 70^\circ 30' = 2,823912886$

f) $\text{sen } 83^\circ 50' = 0,994213627$

$\text{cos } 83^\circ 50' = 0,107420963$

$\text{tg } 83^\circ 50' = 9,255303595$

6 Utiliza la calculadora para hallar el ángulo α en cada caso:

a) $\text{sen } \alpha = 0,45$ b) $\text{cos } \alpha = 0,8$ c) $\text{tg } \alpha = 2,5$

a) $\text{sen } \alpha = 0,45 \rightarrow \text{INV} \text{ sin } 0,45 \text{ 26,74368395} \text{ INV } \text{ } ^{\circ} \text{ ' ' } 26^{\circ} 44' 37''$

Luego $\alpha = 26^{\circ} 44' 37''$

b) $\text{cos } \alpha = 0,8 \rightarrow \text{INV} \text{ cos } 0,8 \text{ 36,86989765} \text{ INV } \text{ } ^{\circ} \text{ ' ' } 36^{\circ} 52' 11,6''$

Luego $\alpha = 36^{\circ} 52' 11,6''$

c) $\text{tg } \alpha = 2,5 \rightarrow \text{INV} \text{ tan } 2,5 \text{ 68,19859051} \text{ INV } \text{ } ^{\circ} \text{ ' ' } 68^{\circ} 11' 55''$

Luego $\alpha = 68^{\circ} 11' 55''$

Relaciones fundamentales

7 Si $\text{sen } 67^{\circ} = 0,92$, halla $\text{cos } 67^{\circ}$ y $\text{tg } 67^{\circ}$ utilizando las relaciones fundamentales.

$$(\text{cos } 67^{\circ})^2 + (\text{sen } 67^{\circ})^2 = 1 \rightarrow \text{cos } 67^{\circ} = \sqrt{1 - (0,92)^2} = \sqrt{0,1536} \approx 0,39$$

$$\text{tg } 67^{\circ} = \frac{\text{sen } 67^{\circ}}{\text{cos } 67^{\circ}} = \frac{0,92}{0,36} \approx 2,36$$

Luego, $\text{cos } 67^{\circ} \approx 0,36$ y $\text{tg } 67^{\circ} \approx 2,36$

8 Si $\text{sen } \alpha = 3/5$, calcula $\text{cos } \alpha$ y $\text{tg } \alpha$ utilizando las relaciones fundamentales ($\alpha < 90^{\circ}$).

$$\text{sen } \alpha = \frac{3}{5} \quad (\alpha < 90^{\circ})$$

$$\text{cos } \alpha = \sqrt{1 - (\text{sen } \alpha)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5} \rightarrow \text{cos } \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} = \frac{3/5}{4/5} = \frac{3}{4} \rightarrow \text{tg } \alpha = \frac{3}{4}$$

9 Halla el valor exacto de $\text{sen } \alpha$ y $\text{cos } \alpha$ sabiendo que $\text{tg } \alpha = 2$.

Llamamos $s = \text{sen } \alpha$ y $c = \text{cos } \alpha$

$$\frac{s}{c} = 2 \rightarrow s = 2c$$

$$s^2 + c^2 = 1 \rightarrow (2c)^2 + c^2 = 1 \rightarrow 4c^2 + c^2 = 1 \rightarrow 5c^2 = 1 \rightarrow c^2 = \frac{1}{5} \rightarrow$$

$$\rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{5}} \rightarrow c = \frac{\sqrt{5}}{5} \text{ y } s = 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{5}$$

Luego, $\text{cos } \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$ y $\text{sen } \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

10 Completa esta tabla:

$\text{sen } \alpha$	0,92	0,6	0,99	$\sqrt{5}/3$	0,2	$\sqrt{3}/2$
$\text{cos } \alpha$	0,39	0,8	0,12	$2/3$	0,98	$1/2$
$\text{tg } \alpha$	2,35	0,75	8,27	$\sqrt{5}/2$	0,2	$\sqrt{3}$

En todos los casos solo tomaremos valores positivos.

$$\bullet \text{ sen } \alpha = 0,92 \rightarrow \text{cos } \alpha = \sqrt{1 - (0,92)^2} = 0,39$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{0,92}{0,39} = 2,35$$

$$\bullet \text{ tg } \alpha = 0,75$$

$$\frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} = 0,75 \rightarrow \text{sen } \alpha = 0,75 \cdot \text{cos } \alpha$$

$$\begin{aligned} (\text{sen } \alpha)^2 + (\text{cos } \alpha)^2 = 1 &\rightarrow (0,75 \cdot \text{cos } \alpha)^2 + (\text{cos } \alpha)^2 = 1 \rightarrow \\ &\rightarrow (\text{cos } \alpha)^2 = 0,64 \rightarrow \text{cos } \alpha = 0,8 \end{aligned}$$

$$\text{sen } \alpha = 0,75 \cdot 0,8 = 0,6$$

$$\bullet \text{ cos } \alpha = 0,12 \rightarrow \text{sen } \alpha = \sqrt{1 - (0,12)^2} = 0,99$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{0,99}{0,12} = 8,27$$

$$\bullet \text{ tg } \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{\text{sen } \alpha}{\text{cos } \alpha} = \frac{\sqrt{5}}{2} \rightarrow \text{sen } \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{cos } \alpha$$

$$(\text{sen } \alpha)^2 + (\text{cos } \alpha)^2 = 1$$

$$\frac{5}{4}(\text{cos } \alpha)^2 + (\text{cos } \alpha)^2 = 1 \rightarrow \frac{9}{4}(\text{cos } \alpha)^2 = 1$$

$$(\text{cos } \alpha)^2 = \frac{4}{9} \rightarrow \text{cos } \alpha = \frac{2}{3}$$

$$\text{sen } \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\bullet \text{ sen } \alpha = 0,2 \rightarrow \text{cos } \alpha = \sqrt{1 - 0,2^2} = 0,98$$

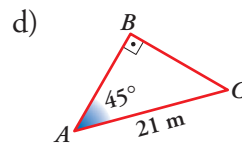
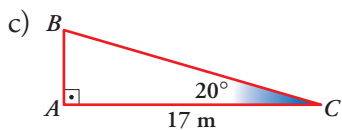
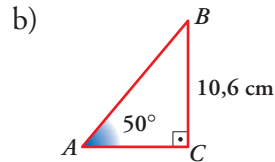
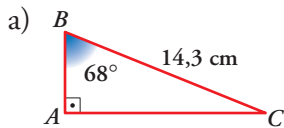
$$\text{tg } \alpha = \frac{0,2}{0,98} = 0,2$$

$$\bullet \text{ cos } \alpha = \frac{1}{2} \rightarrow \text{sen } \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}} \rightarrow \text{sen } \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\sqrt{3}/2}{1/2} = \sqrt{3}$$

Resolución de triángulos rectángulos

11 Calcula los lados y el ángulo desconocido en cada uno de los siguientes triángulos rectángulos:



a) $\hat{C} = 90^\circ - 68^\circ \rightarrow \hat{C} = 22^\circ$

$$\operatorname{sen} 68^\circ = \frac{\overline{AC}}{14,3} \rightarrow \overline{AC} = 14,3 \cdot \operatorname{sen} 68^\circ \approx 13,26 \text{ cm}$$

$$\overline{AC} \approx 13,26 \text{ cm}$$

$$\operatorname{cos} 68^\circ = \frac{\overline{BA}}{14,3} \rightarrow \overline{BA} = 14,3 \cdot \operatorname{cos} 68^\circ \approx 5,36 \text{ m} \rightarrow \overline{BA} \approx 5,36 \text{ m}$$

b) $\hat{B} = 90^\circ - 50^\circ \rightarrow \hat{B} = 40^\circ$

$$\operatorname{sen} 50^\circ = \frac{10,6}{\overline{AB}} \rightarrow \overline{AB} = \frac{10,6}{\operatorname{sen} 50^\circ} \approx 13,84 \text{ cm}$$

$$\overline{AB} \approx 13,84 \text{ cm}$$

$$\operatorname{tg} 50^\circ = \frac{10,6}{\overline{AC}} \rightarrow \overline{AC} = \frac{10,6}{\operatorname{tg} 50^\circ} \approx 8,89 \text{ m} \rightarrow \overline{AC} \approx 8,89 \text{ m}$$

c) $\hat{B} = 90^\circ - 20^\circ \rightarrow \hat{B} = 70^\circ$

$$\operatorname{cos} 20^\circ = \frac{17}{\overline{BC}} \rightarrow \overline{BC} = \frac{17}{\operatorname{cos} 20^\circ} \approx 18,09 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} \approx 18,09 \text{ cm}$$

$$\operatorname{tg} 20^\circ = \frac{\overline{AB}}{17} \rightarrow \overline{AB} = 17 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ \approx 6,19 \text{ m} \rightarrow \overline{AB} \approx 6,19 \text{ m}$$

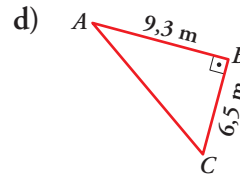
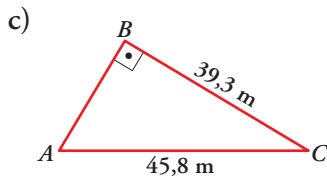
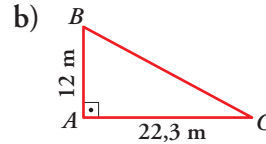
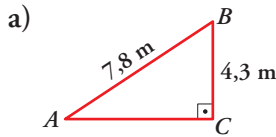
d) $\hat{C} = 90^\circ - 45^\circ \rightarrow \hat{C} = 45^\circ$ (Triángulo isósceles)

$$\operatorname{sen} 45^\circ = \frac{\overline{BC}}{21} \rightarrow \overline{BC} = 21 \cdot \operatorname{sen} 45^\circ \approx 14,85 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} \approx 14,85 \text{ cm}$$

$$\text{Por ser isósceles, } \overline{AB} = \overline{BC} \rightarrow \overline{AB} \approx 14,85 \text{ m}$$

12 Halla los ángulos agudos de los siguientes triángulos rectángulos:



$$\text{a) } \operatorname{sen} \hat{A} = \frac{4,3}{7,8} \approx 0,55 \rightarrow \hat{A} \approx 33,37^\circ \rightarrow \hat{A} \approx 33^\circ 22' 12''$$

$$\hat{B} = 90 - \hat{A} = 90^\circ - 33,37^\circ = 56,63^\circ \rightarrow \hat{B} = 56^\circ 37' 48''$$

$$\text{b) } \operatorname{tg} \hat{C} = \frac{12}{22,3} \approx 0,54 \rightarrow \hat{C} \approx 28,37^\circ \rightarrow \hat{C} \approx 28^\circ 22' 12''$$

$$\hat{B} = 90 - \hat{C} = 90^\circ - 28,37^\circ = 61,63^\circ \rightarrow \hat{B} = 61^\circ 37' 48''$$

$$\text{c) } \operatorname{cos} \hat{C} = \frac{39,3}{45,8} \approx 0,86 \rightarrow \hat{C} \approx 30,68^\circ \rightarrow \hat{C} \approx 30^\circ 40' 48''$$

$$\hat{A} = 90 - \hat{C} = 90^\circ - 30,68^\circ = 59,32^\circ \rightarrow \hat{A} = 59^\circ 19' 12''$$

$$\text{d) } \operatorname{tg} \hat{C} = \frac{9,3}{6,5} \approx 1,43 \rightarrow \hat{C} \approx 55,03^\circ \rightarrow \hat{C} \approx 55^\circ 1' 48''$$

$$\hat{A} = 90 - \hat{C} = 90^\circ - 55,03^\circ = 34,97^\circ \rightarrow \hat{A} = 34^\circ 58' 12''$$

Página 188

13 Halla la medida de los lados y ángulos desconocidos en los siguientes triángulos rectángulos ($\hat{A} = 90^\circ$):

a) $b = 5 \text{ cm}$

$c = 12 \text{ cm}$

Calcula a , \hat{B} y \hat{C}

b) $c = 43 \text{ m}$

$\hat{C} = 37^\circ$

Calcula a , b y \hat{B}

c) $b = 7 \text{ m}$

$\hat{C} = 49^\circ$

Calcula a , c y \hat{B}

d) $a = 5 \text{ m}$

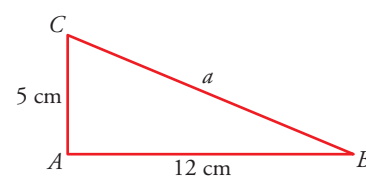
$\hat{B} = 65^\circ$

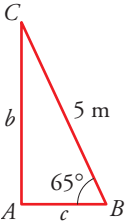
Calcula b , c y \hat{C}

$$\text{a) } a = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

$$\operatorname{sen} \hat{B} = \frac{5}{13} = 22,62 \rightarrow \hat{B} = 22^\circ 37' 11''$$

$$\hat{C} = 90^\circ - 22,62 = 67,38 = 67^\circ 22' 48''$$



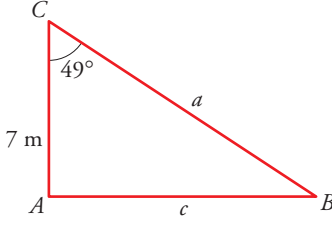
b)  $\hat{B} = 90^\circ - 37^\circ = 53^\circ$

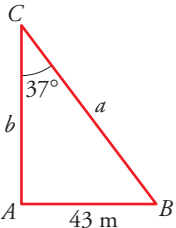
$$\cos \hat{B} = \frac{43}{a} \rightarrow \cos 53^\circ = \frac{43}{a} \rightarrow a = \frac{43}{\cos 53^\circ} = 71,45 \text{ m}$$

$$\operatorname{tg} \hat{B} = \frac{b}{43} \rightarrow b = 43 \cdot \operatorname{tg} 53^\circ = 57,06 \text{ m}$$

c) $\hat{B} = 90 - 49 = 41^\circ$

$$\cos \hat{C} = \frac{7}{a} \rightarrow a = \frac{7}{\cos 49^\circ} = 10,67 \text{ m}$$

$$\operatorname{sen} \hat{C} = \frac{c}{10,67} \rightarrow c = 10,67 \cdot \operatorname{sen} \hat{C} = 8,05 \text{ m}$$


d)  $\hat{C} = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$

$$\operatorname{sen} 65^\circ = \frac{b}{5} \rightarrow b = 5 \operatorname{sen} 65^\circ = 4,53 \text{ m}$$

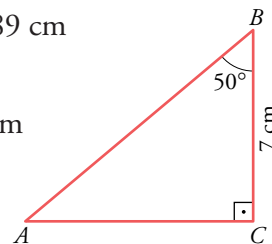
$$\cos 65^\circ = \frac{c}{5} \rightarrow c = 5 \cos 65^\circ = 2,11 \text{ m}$$

- 14** En un triángulo rectángulo, ABC , con el ángulo recto en C , conocemos $\hat{B} = 50^\circ$ y el cateto $\overline{BC} = 7 \text{ cm}$. Calcula \overline{AB} , \overline{AC} y \hat{A} .

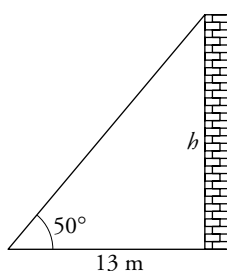
$$\cos \hat{B} = \frac{7}{\overline{AB}} \rightarrow \overline{AB} = \frac{7}{\cos 50^\circ} = 10,89 \rightarrow \overline{AB} = 10,89 \text{ cm}$$

$$\operatorname{tg} \hat{B} = \frac{\overline{AC}}{7} \rightarrow \overline{AC} = 7 \cdot \operatorname{tg} \hat{B} = 8,34 \rightarrow \overline{AC} = 8,34 \text{ cm}$$

$$\hat{A} = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ \rightarrow \hat{A} = 40^\circ$$



- 15** Calcula la altura de una torre sabiendo que su sombra mide 13 m cuando los rayos del sol forman un ángulo de 50° con el suelo.



$$\operatorname{tg} 50^\circ = \frac{h}{13} \rightarrow h = 13 \cdot \operatorname{tg} 50^\circ \rightarrow h = 15,49 \text{ m}$$

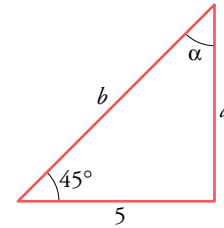
La torre mide 15,49 m de altura.

- 16 De un triángulo rectángulo se sabe que un ángulo mide 45° y uno de sus catetos 5 cm. ¿Cuánto miden el otro cateto, la hipotenusa y el otro ángulo agudo?

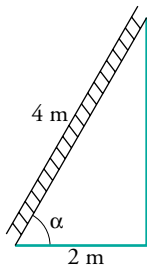
$$\operatorname{tg} 45^\circ = \frac{a}{5} \rightarrow 1 = \frac{a}{5} \rightarrow a = 5 \text{ cm}$$

$$b = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2} \approx 7,1 \text{ cm}; \quad a = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

El otro cateto mide 5 cm, la hipotenusa 7,1 cm y el ángulo 45° .



17



Una escalera de 4 m está apoyada contra la pared. ¿Cuál será su inclinación si su base dista 2 m de la pared?

$$\cos \alpha = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 60^\circ$$

La inclinación de la escalera es de 60° respecto del suelo.

- 18 Calcula los ángulos de un rombo cuyas diagonales miden 12 cm y 8 cm, respectivamente. ¿Cuánto mide el lado del rombo?

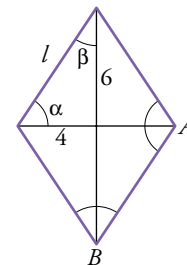
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{6}{4} \rightarrow \alpha = 56,3^\circ \rightarrow \beta = 90 - 56,3 = 33,7^\circ$$

Los ángulos del rombo son:

$$\hat{A} = 56,3 \cdot 2 = 112,6^\circ; \quad \hat{B} = 33,7 \cdot 2 = 67,4^\circ$$

$$l = \sqrt{4^2 + 6^2} = \sqrt{16 + 36} = 7,21 \text{ cm}$$

El lado del rombo mide 7,21 cm.

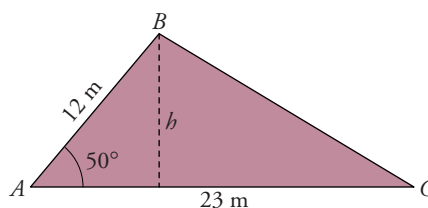


- 19 En el triángulo ABC :

a) Traza la altura sobre AC y halla su longitud.

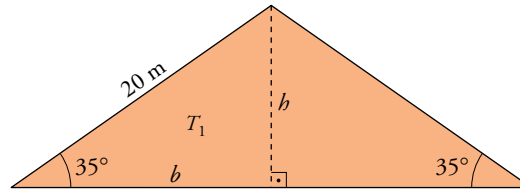
b) Calcula el área del triángulo.

$$a) \operatorname{sen} 50^\circ = \frac{h}{12} \rightarrow h = 12 \cdot \operatorname{sen} 50^\circ = 9,19 \text{ m}$$



$$b) \text{Área} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{23 \cdot 9,19}{2} = 105,68 \text{ m}^2$$

20 Calcula el área de este triángulo:



Al trazar la altura se forman dos triángulos rectángulos. Halla sus catetos.

$$\operatorname{sen} 35^\circ = \frac{h}{20} \rightarrow h = 20 \cdot \operatorname{sen} 35^\circ = 11,47 \text{ m}$$

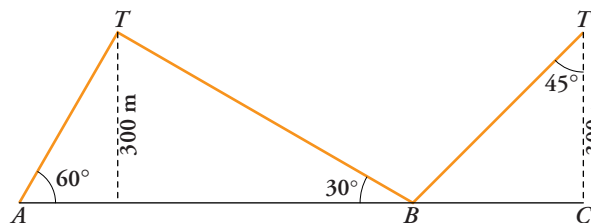
$$\operatorname{cos} 35^\circ = \frac{b}{20} \rightarrow b = 20 \cdot \operatorname{cos} 35^\circ = 16,38 \text{ m}$$

$$\text{Área de } T_1 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{16,38 \cdot 11,47}{2} = 93,94 \text{ m}^2$$

$$\text{Área total} = 2 \cdot 93,94 = 187,88 \text{ m}^2$$

PIENSA Y RESUELVE

21 Una línea de alta tensión pasa por dos transformadores, T y T' . Este es un plano de la línea:



Calcula las longitudes de los tres tramos de cable.

$$\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{300}{b} \rightarrow b = \frac{600}{\sqrt{3}} = 200\sqrt{3} \approx 346,4 \text{ m}$$

$$\operatorname{sen} 30^\circ = \frac{300}{a} \rightarrow a = 600 \text{ m}$$

$$\operatorname{cos} 45^\circ = \frac{300}{c} \rightarrow c = \frac{300}{\operatorname{cos} 45^\circ} = \frac{600}{\sqrt{2}} = 300\sqrt{2} \approx 424,3 \text{ m}$$

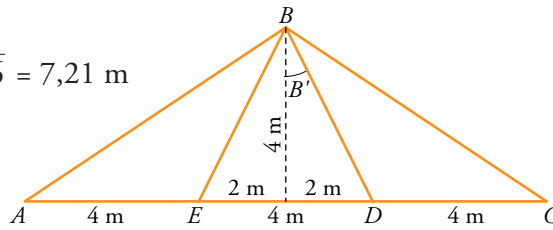
$$\text{Longitud total: } a + b + c = 200\sqrt{3} + 600 + 300\sqrt{2} = 1\,370,7 \text{ m}$$

22 Una estructura metálica tiene la forma y dimensiones de la figura. Halla la longitud de los postes AB y BE y la medida de los ángulos \hat{A} , \hat{C} , \widehat{EBD} y \widehat{ABC}

Por el teorema de Pitágoras:

$$\overline{AB} = \sqrt{4^2 + (4 + 2)^2} = \sqrt{16 + 36} = 7,21 \text{ m}$$

$$\begin{aligned} \overline{BE} &= \sqrt{2^2 + 4^2} = \\ &= \sqrt{4 + 16} = 4,47 \text{ m} \end{aligned}$$



$$\operatorname{tg} \hat{A} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \rightarrow \hat{A} = 0,6 \widehat{\operatorname{inv}} \widehat{\operatorname{tan}} 67,38^\circ = 33^\circ 41' 24''$$

$$\hat{C} = \hat{A} = 33^\circ 41' 24''$$

$$\widehat{ABC} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{C} = 180^\circ - 33,69^\circ = 112,62^\circ = 112^\circ 37' 12''$$

$$\operatorname{tg} \hat{B}' = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow \hat{B}' = 26,57^\circ \rightarrow \hat{B}' = 26^\circ 34' 12''$$

$$\widehat{EBD} = 2\hat{B}' = 53,14^\circ = 53^\circ 8' 24''$$

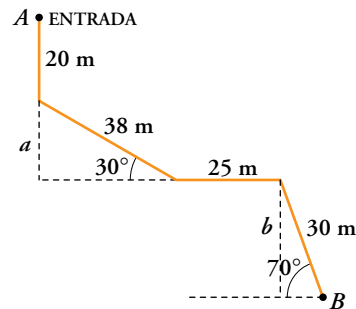
- 23** Los espeleólogos utilizan un carrete para medir la profundidad. Sueltan hilo del carrete y miden la longitud y el ángulo que forma con la horizontal. Halla la profundidad del punto *B*.

$$\operatorname{sen} 30^\circ = \frac{a}{38} \rightarrow a = 38 \cdot \operatorname{sen} 30^\circ = 19 \text{ m}$$

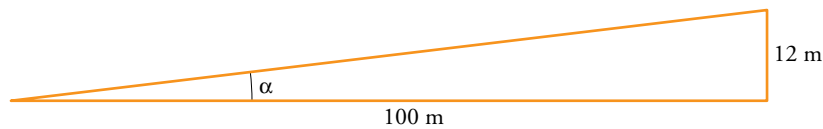
$$\operatorname{sen} 70^\circ = \frac{b}{30} \rightarrow b = 30 \cdot \operatorname{sen} 70^\circ = 28,19 \text{ m}$$

La profundidad es:

$$20 + a + b = 20 + 19 + 28,19 = 67,19 \text{ m}$$



- 24** Una señal de peligro en una carretera nos advierte que la pendiente es del 12%. ¿Qué ángulo forma ese tramo de carretera con la horizontal? ¿Cuántos metros hemos descendido después de recorrer 7 km por esa carretera?



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{12}{100} = 0,12 \rightarrow \alpha = 6,84^\circ = 6^\circ 50' 34''$$

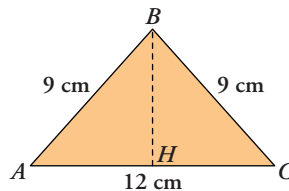


Si *h* son los metros que hemos descendido: $\operatorname{sen} \alpha = \frac{h}{7000}$

$$h = 7000 \operatorname{sen} (6^\circ 50' 34'') = 834 \text{ m} \rightarrow \text{Hemos descendido } 834 \text{ m.}$$

Página 189

25 En el triángulo isósceles ABC , halla:



- a) La altura \overline{BH} .
b) Los ángulos \hat{A} , \hat{B} y \hat{C} .

a) Por ser isósceles, $\overline{AH} = \overline{HC} = \frac{12}{2} = 6$ cm

Calculamos la altura \overline{BH} aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo \widehat{AHB} :

$$9^2 = 6^2 + \overline{BH}^2 \rightarrow 81 = 36 + \overline{BH}^2 \rightarrow \overline{BH} = \sqrt{81 - 36} = \sqrt{45} \approx 6,71$$

La altura BH mide 6,71 cm.

b) $\cos \hat{A} = \frac{6}{9} = 0,6 \rightarrow \hat{A} = 48,19^\circ \rightarrow \hat{A} = 48^\circ 11' 24''$

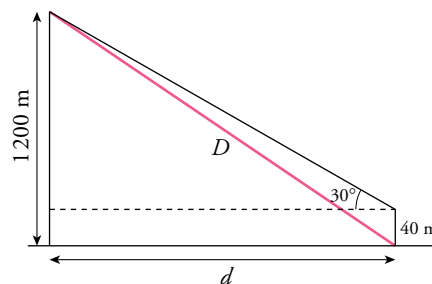
Por ser \widehat{ABC} un triángulo isósceles, se cumple que $\hat{A} = \hat{C}$.

Luego: $\hat{C} = 48^\circ 11' 24''$

$$\hat{B} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{C} = 180^\circ - 2 \cdot 48,19^\circ = 83,62^\circ \rightarrow \hat{B} = 83^\circ 37' 12''$$

26 Desde la torre de control de un aeropuerto se establece comunicación con un avión que va a aterrizar. En ese momento el avión se encuentra a una altura de 1 200 metros y el ángulo de observación desde la torre (ángulo que forma la visual hacia el avión con la horizontal) es de 30° .

¿A qué distancia está el avión del pie de la torre si esta mide 40 m de altura?



$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1\,200 - 40}{d} \rightarrow d = \frac{1\,160}{\operatorname{tg} 30^\circ} = 2\,009,2 \text{ m}$$

Utilizando el teorema de Pitágoras:

$$D = \sqrt{(1\,200)^2 + (2\,009,2)^2} = 2\,340,3 \text{ m}$$

La distancia del avión al pie de la torre es de 2 340,3 m.

27 Resuelve el siguiente triángulo ABC ; es decir, averigua las medidas de sus elementos desconocidos. Empieza por trazar la altura AH .

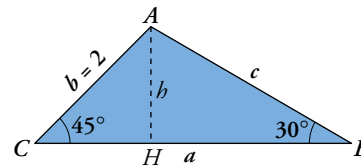
$$\hat{A} = 180^\circ - 45^\circ - 30^\circ = 105^\circ$$

$$\cos \hat{C} = \frac{\overline{CH}}{2} \rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\overline{CH}}{2} \rightarrow \overline{CH} = \sqrt{2}$$

$$\operatorname{tg} 45^\circ = \frac{\overline{AH}}{\overline{CH}} \rightarrow 1 = \frac{\overline{AH}}{\sqrt{2}} \rightarrow \overline{AH} = \sqrt{2}$$

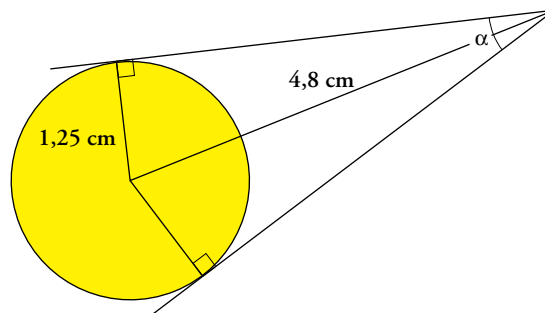
$$\operatorname{sen} 30^\circ = \frac{\overline{AH}}{c} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{c} \rightarrow c = 2\sqrt{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\overline{HB}}{c} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\overline{HB}}{2\sqrt{2}} \rightarrow \overline{HB} = \sqrt{6}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Ángulos: } \begin{cases} \hat{A} = 105^\circ \\ \hat{B} = 30^\circ \\ \hat{C} = 45^\circ \end{cases} \\ \text{Lados: } \begin{cases} a = \sqrt{6} + \sqrt{2} \approx 3,9 \\ b = 2 \\ c = 2\sqrt{2} \approx 2,8 \end{cases} \end{array} \right.$$

28 El diámetro de una moneda de 2 € mide 2,5 cm. Averigua el ángulo que forman sus tangentes trazadas desde una distancia de 4,8 cm del centro, como indica la figura.



$$\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} = \frac{1,25}{4,8} \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 15,09^\circ = 15^\circ 5' 41''$$

$$\alpha = 30,19^\circ = 30^\circ 11' 22''$$