

Página 70

PRACTICA

Ejercicios de operativa

1 Calcula:

a) 20% de 1 240

b) 12% de 175

c) 87% de 4 000

d) 95% de 60

e) 13% de 2 400

f) 7% de 250

g) 22% de 1 353

h) 5% de 421

a) 20% de 1 240 = $\frac{20 \cdot 1\,240}{100} = 248$

b) 12% de 175 = $\frac{12 \cdot 175}{100} = 21$

c) 87% de 4 000 = $\frac{87 \cdot 4\,000}{100} = 3\,480$

d) 95% de 60 = $\frac{95 \cdot 60}{100} = 57$

e) 13% de 2 400 = $\frac{13 \cdot 2\,400}{100} = 312$

f) 7% de 250 = $\frac{7 \cdot 250}{100} = 17,5$

g) 22% de 1 353 = $\frac{22 \cdot 1\,353}{100} = 297,66$

h) 5% de 421 = $\frac{5 \cdot 421}{100} = 21,05$

2 Piensa y completa:

a) Al multiplicar por 0,2 se calcula el ...%.

b) Al multiplicar por 0,02 se calcula el ...%.

c) Al multiplicar por 0,87 se calcula el ...%.

d) Al multiplicar por 1,3 se aumenta un ...%.

e) Al multiplicar por 1,08 se aumenta un ...%.

f) Al multiplicar por 0,90 se disminuye un ...%.

g) Al multiplicar por 0,65 se disminuye un ...%.

a) 20%

b) 2%

c) 87%

d) 30%

e) 8%

f) 10%

g) 35%

3 Completa:

- a) Para aumentar un 10%, se multiplica por ...
 b) Para aumentar un 15%, se multiplica por ...
 c) Para aumentar un 8%, se multiplica por ...
 d) Para aumentar un 5%, se multiplica por ...
 e) Para disminuir un 20% se multiplica por ...
 f) Para disminuir un 15% se multiplica por ...

- a) 1,10 b) 1,15 c) 1,08
 d) 1,05 e) 0,8 f) 0,85

4 Calcula el valor de x en cada caso:

- a) El 30% x es 21.
 b) El 85% de x es 187.
 c) El 32% de x es 384.
 d) El 13% de x es 97,24.

$$a) 30\% \text{ de } x = 21 \rightarrow 0,3 \cdot x = 21 \rightarrow x = 21 : 0,3 = 70$$

$$b) 85\% \text{ de } x = 187 \rightarrow 0,85 \cdot x = 187 \rightarrow x = 187 : 0,85 = 220$$

$$c) 32\% \text{ de } x = 384 \rightarrow 0,32 \cdot x = 384 \rightarrow x = 384 : 0,32 = 1200$$

$$d) 13\% \text{ de } x = 97,24 \rightarrow 0,13 \cdot x = 97,24 \rightarrow x = 97,24 : 0,13 = 748$$

5 Partir el número 180 en partes que sean proporcionales a 3, a 4 y a 5.

$$\text{Número total de partes} = 3 + 4 + 5 = 12$$

$$\text{Valor de una parte} = \frac{180}{12} = 15$$

$$\text{Número proporcional a 3} \rightarrow 3 \cdot 15 = 45$$

$$\text{Número proporcional a 4} \rightarrow 4 \cdot 15 = 60$$

$$\text{Número proporcional a 5} \rightarrow 5 \cdot 15 = 75$$

Los números pedidos son 45, 60 y 75.

6 Partir 260 en partes proporcionales a $1/2$, $1/3$ y $1/4$.

Calculamos el número total de partes:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{13}{12}$$

Así:

$\frac{13}{12}$ equivale al número entero, 260.

$\frac{1}{12}$ equivale a $260 : 13 = 20$.

Como $\frac{1}{2} = \frac{6}{12} \rightarrow$ equivale a $6 \cdot 20 = 120$

Como $\frac{1}{3} = \frac{4}{12} \rightarrow$ equivale a $4 \cdot 20 = 80$

Como $\frac{1}{4} = \frac{3}{12} \rightarrow$ equivale a $3 \cdot 20 = 60$

Los números pedidos son 120, 80 y 60.

7 Partir 3 100 en partes inversamente proporcionales a 2, 3 y 5.

Inversamente proporcionales a 2, 3 y 5 significa directamente proporcionales a

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{5}$:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{15}{30} + \frac{10}{30} + \frac{6}{30} = \frac{31}{30}$$

Así:

$\frac{31}{30}$ equivale al número entero 3 100.

$\frac{1}{30}$ equivale a $3\ 100 : 31 = 100$.

Como $\frac{1}{2} = \frac{15}{30} \rightarrow 15 \cdot 100 = 1\ 500$

$\frac{1}{3} = \frac{10}{30} \rightarrow 10 \cdot 100 = 1\ 000$

$\frac{1}{5} = \frac{6}{30} \rightarrow 6 \cdot 100 = 600$

A 2, 3 y 5 les corresponde 1 500, 1 000 y 600, respectivamente.

Problemas de presupuestos y gastos

8 Un coche ha consumido 24 litros de combustible en un viaje de 375 km. ¿Cuántos litros consume cada 100 kilómetros? ¿Cuántos consumirá en un viaje de 80 km?

El número de litros que consume un coche es directamente proporcional a la distancia que recorre.

$$\begin{array}{c}
 \text{P. DIRECTA} \\
 \left. \begin{array}{cc}
 \text{DISTANCIA (km)} & \text{CONSUMO (l)} \\
 375 & 24 \\
 100 & x \\
 80 & y
 \end{array} \right\} \begin{array}{l}
 \frac{375}{100} = \frac{24}{x} \rightarrow x = \frac{24 \cdot 100}{375} = 6,4 \\
 \frac{375}{80} = \frac{24}{y} \rightarrow y = \frac{80 \cdot 24}{375} = 5,12
 \end{array}
 \end{array}$$

Cada 100 km consume 6,4 l y en un viaje de 80 km consumirá 5,12 l.

- 9** Un campesino ha obtenido una cosecha de 40 000 kilos de trigo de un campo que tiene una superficie de 2,5 hectáreas. ¿Qué cosecha puede esperar de un campo próximo con una superficie de hectárea y media?

La superficie de un campo y el número de kilos de trigo que se obtienen son magnitudes directamente proporcionales.

$$\begin{array}{c}
 \text{P. DIRECTA} \\
 \left. \begin{array}{cc}
 \text{SUPERFICIE (ha)} & \text{TRIGO (kg)} \\
 2,5 & 40\,000 \\
 1,5 & x
 \end{array} \right\} \frac{2,5}{1,5} = \frac{40\,000}{x} \rightarrow \\
 \rightarrow x = \frac{1,5 \cdot 40\,000}{2,5} = 24\,000
 \end{array}$$

Puede esperar una cosecha de 24 000 kg.

- 10** Un solador, trabajando 8 horas al día, ha tardado 5 días en poner el suelo de una vivienda. ¿Cuántos días habría tardado trabajando 10 horas diarias?

El número de horas trabajadas al día es inversamente proporcional al número de días que se tarda en hacer un trabajo.

$$\begin{array}{c}
 \text{P. INVERSA} \\
 \left. \begin{array}{cc}
 \text{HORAS/DÍA} & \text{NÚMERO DE DÍAS} \\
 8 & 5 \\
 10 & x
 \end{array} \right\} \frac{8}{10} = \frac{x}{5} \rightarrow x = \frac{8 \cdot 5}{10} = 4
 \end{array}$$

Trabajando 10 horas al día habría tardado 4 días.

- 11** Para comprar un piso que se vende en 180 000 €, se ha de pagar además un 7% a Hacienda (IVA), y 5 400 € de gastos de notaría y gestión.

¿Cuál es el gasto total necesario para la compra?

$$7\% \text{ de } 180\,000 \text{ €} = 180\,000 \cdot 0,07 = 12\,600 \text{ €}$$

$$180\,000 + 12\,600 + 5\,400 = 198\,000$$

El gasto total es de 198 000 €.

- 12** El ayuntamiento de una población de 2 300 habitantes dedica una partida de 9 200 € anuales para actividades culturales. ¿Qué cantidad dedicará a ese mismo concepto una población vecina que distribuye los presupuestos con criterios similares y tiene una población de 3 700 habitantes?

El número de habitantes de una población y el presupuesto anual dedicado a cierta actividad, son magnitudes directamente proporcionales:

$$\begin{array}{c}
 \text{P. DIRECTA} \\
 \left. \begin{array}{cc}
 \text{N}^\circ \text{ DE HABITANTES} & \text{PRESUPUESTO (€)} \\
 2\,300 & 9\,200 \\
 3\,700 & x
 \end{array} \right\} \frac{2\,300}{3\,700} = \frac{9\,200}{x} \rightarrow \\
 \rightarrow x = \frac{9\,200 \cdot 3\,700}{2\,300} = 14\,800
 \end{array}$$

En una población de 3 700 habitantes se ha de dedicar un presupuesto de 14 800 €.

- 13** En una sesión de cine, de las 840 localidades disponibles, se han vendido un 65%. ¿Cuántos asientos hay vacíos?

Si se han vendido un 65% de las localidades, el 35% quedan sin vender.

$$35\% \text{ de } 840 = 0,35 \cdot 840 = 294$$

Quedan 294 asientos vacíos.

- 14** En un examen de Matemáticas han aprobado 22 alumnos, lo que supone el 88% del total de la clase. ¿Cuántos alumnos hay en la clase?

Llamamos x al número de alumnos de la clase.

$$88\% \text{ de } x = 22 \rightarrow 0,88 \cdot x = 22 \rightarrow x = 22 : 0,88 = 25$$

En la clase hay 25 alumnos.

Página 71

- 15** En un estudio sociológico, de 1 232 hombres encuestados, 924 declaran que colaboran activamente en las tareas del hogar. ¿Cuál es el porcentaje de hombres que dice trabajar en casa?

De un total de 100 hombres, colaboran en las tareas del hogar x .

$$\left. \begin{array}{cc}
 \text{TOTAL} & \text{PARTE} \\
 1\,232 & 924 \\
 100 & x
 \end{array} \right\} \frac{1\,232}{100} = \frac{924}{x} \rightarrow x = \frac{924 \cdot 100}{1\,232} = 75$$

El 75% de los hombres dice trabajar en casa.

- 16** Paula ha pagado 76,5 € por un jersey que costaba 85 €. ¿Qué tanto por ciento le han rebajado?

$$\left. \begin{array}{cc} \text{PRECIO INICIAL (€)} & \text{PRECIO FINAL (€)} \\ 85 & 76,5 \\ 100 & x \end{array} \right\} \frac{85}{100} = \frac{76,5}{x} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{76,5 \cdot 100}{85} = 90$$

En un artículo que hubiera costado 100 €, habría pagado 90 €, luego le han rebajado el 10%.

- 17** En un supermercado se vuelca una caja que contiene 360 huevos y se rompen 45. ¿Qué tanto por ciento de los huevos se ha roto?

$$\left. \begin{array}{cc} \text{Nº TOTAL DE HUEVOS} & \text{HUEVOS ROTOS} \\ 360 & 45 \\ 100 & x \end{array} \right\} \frac{360}{100} = \frac{45}{x} \rightarrow x = \frac{45 \cdot 100}{360} = 12,5$$

Se han roto el 12,5% de los huevos.

- 18** Ignacio ha pagado 63 € por una camisa que estaba rebajada un 10%. ¿Cuánto costaba la camisa antes de la rebaja?

Llamamos x al precio inicial de la camisa.

Si está rebajada el 10%, se paga el 90% del precio inicial:

$$90\% \text{ de } x = 63 \rightarrow 0,9 \cdot x = 63 \rightarrow x = 63 : 0,9 = 70$$

La camisa costaba 70 € antes de la rebaja.

- 19** El 72% de las fichas de un club deportivo pertenecen a jóvenes menores de veinte años. ¿Cuántos socios tiene el club, sabiendo que los menores de veinte años son 108?

Llamamos x al número de socios del club.

$$72\% \text{ de } x = 108 \rightarrow 0,72 \cdot x = 108 \rightarrow x = 108 : 0,72 = 150$$

El club tiene 150 socios.

- 20** Un comerciante adquirió el mes pasado 210 carretes de hilo por cierta cantidad de dinero. ¿Cuántos adquirirá este mes, con el mismo gasto, sabiendo que han subido un 5%?

Llamamos x al número de carretes que adquirirá este mes.

El precio por carrete ha subido un 5%:

$$1,05 \text{ de } x = 210 \rightarrow x = 210 : 1,05 = 200$$

Podrá adquirir 200 carretes de hilo.

- 21** El 34% de los asistentes a un congreso sobre la paz son europeos; el 18%, africanos; el 32%, americanos; y el resto, asiáticos. Sabiendo que hay 51 europeos, ¿cuántos hay de cada uno de los demás continentes?

Llamamos x al número de asistentes al congreso.

$$34\% \text{ de } x = 51 \rightarrow 0,34 \cdot x = 51 \rightarrow x = 51 : 0,34 = 150$$

El número total de asistentes es de 150 personas.

Calculamos el número de africanos, americanos y asiáticos que hay:

$$\text{Africanos} \rightarrow 18\% \text{ de } 150 = 0,18 \cdot 150 = 27$$

$$\text{Americanos} \rightarrow 32\% \text{ de } 150 = 0,32 \cdot 150 = 48$$

$$\text{Asiáticos} \rightarrow 150 - 27 - 48 - 51 = 24$$

Hay 27 africanos, 48 americanos y 24 asiáticos.

- 22** En una carrera ciclista, la primera semana abandonan el 20% de los corredores, y en la segunda, el 40% de los que quedaban. ¿Qué porcentaje de los que empezaron permanece en carrera al inicio de la tercera semana?

En la primera semana abandona la carrera el 20% \rightarrow queda el 80%

En la segunda semana abandona el 40% del 80% de los participantes:

$$40\% \text{ de } 80\% = \frac{40}{100} \cdot \frac{80}{100} = \frac{32}{100} = 32\% \text{ abandonan}$$

$$\text{Quedan: } 80\% - 32\% = 48\%$$

El 48% de los que empezaron permanece en carrera al inicio de la tercera semana.

- 23** El precio de la vivienda subió un 8% hace dos años, un 15% el año pasado y un 10% durante este año. ¿Cuál ha sido el porcentaje de subida en los tres últimos años?

El índice de variación en los últimos tres años será:

$$1,08 \cdot 1,15 \cdot 1,1 = 1,3662 \rightarrow 1,3662 - 1 = 0,3662$$

El porcentaje de subida es 36,62%.

- 24** Un fabricante de churros usa una mezcla de aceite que contiene dos partes de aceite de oliva por cada parte de aceite de girasol. Sabiendo que compra el de oliva a 3,40 €/litro y el de girasol a 1,60 €/litro, ¿a cómo le sale el litro de mezcla?

	CANTIDAD (l)	PRECIO (€/l)	COSTE TOTAL (€)
ACEITE OLIVA	2	3,40	6,80
ACEITE GIRASOL	1	1,60	1,60
MEZCLA	3		8,40

$$\text{Precio de un litro de mezcla} = \frac{\text{Coste}}{\text{n}^\circ \text{ de litros}} = \frac{8,40}{3} = 2,8$$

El litro de mezcla sale a 2,8 €.

- 25** Un mayorista compra, sobre el terreno, 2 000 kilos de naranjas a 0,54 €/kg, y tres días después, otros 3 000 kilos a 0,63 €/kg. Posteriormente, vende todas las naranjas a 0,84 €/kg. ¿Cuánto gana en cada kilo por término medio? ¿Cuánto gana en total?

Calculamos el precio del kilo de naranjas en el momento de la compra:

	CANTIDAD (kg)	PRECIO (€/kg)	COSTE
NARANJAS CALIDAD INFERIOR	2 000	0,54	1 080
NARANJAS CALIDAD SUPERIOR	3 000	0,63	1 890
TOTAL	5 000		2 970

$$\text{Precio mezcla} = \frac{\text{Coste}}{\text{kilos}} = \frac{2\,970}{5\,000} = 0,594 \text{ €/kg}$$

Las vende a 0,84 €/kg, luego en cada kilo gana:

$$0,84 - 0,594 = 0,246 \text{ €}$$

En total gana $0,246 \cdot 5\,000 = 1\,230 \text{ €}$.

- 26** Para fabricar cierta colonia se mezcla 1 litro de esencia con 5 litros de alcohol y 2 litros de agua destilada. La esencia cuesta 200 €/litro; el alcohol, 6 €/litro; y el agua destilada, 1 €/litro. ¿Cuál es el coste de un litro de esa colonia?

	CANTIDAD (l)	PRECIO (€/l)	COSTE
ESENCIA	1	200	200
ALCOHOL	5	6	30
AGUA DESTILADA	2	1	2
MEZCLA	8		232

$$\text{Precio mezcla} = \frac{\text{Coste}}{\text{litros}} = \frac{232}{8} = 29$$

El precio de 1 litro de colonia es de 29 €.

- 27** Se mezclan 300 kg de pintura de 30 € el kilo con 200 kg de otra pintura más barata. De esta forma, la mezcla sale a 24 € el kilo. ¿Cuál es el precio de la pintura barata?

	CANTIDAD (kg)	PRECIO (€/kg)	COSTE (€)
PINTURA BARATA	200	?	?
PINTURA CARA	300	30	9 000
MEZCLA	500	24	12 000

Para que el coste de la mezcla sea de 12 000 €, el coste de la pintura barata ha de ser $12\,000 - 9\,000 = 3\,000 \text{ €}$.

$$\text{El precio por kilo de la pintura barata será: } \frac{\text{Coste}}{\text{kilos}} = \frac{3\,000}{200} = 15 \text{ €}$$

15 €/kg cuesta la pintura barata.

- 28** Se ha encargado a un orfebre el diseño y fabricación de un trofeo que ha de pesar 5 kg y ha de estar fabricado con una aleación que contenga tres partes de oro, tres de plata y dos de cobre. ¿Qué cantidad se necesita de cada metal?

$$\text{Número total de partes} = 3 + 3 + 2 = 8$$

$$\text{Cantidad de metal en cada parte} = \frac{5}{8} = 0,625 \text{ kg}$$

$$\text{Cantidad de oro} \rightarrow 3 \cdot 0,625 = 1,875$$

$$\text{Cantidad de plata} \rightarrow 3 \cdot 0,625 = 1,875$$

$$\text{Cantidad de cobre} \rightarrow 2 \cdot 0,625 = 1,25$$

Se necesita 1 kg 875 g de oro, la misma cantidad de plata y 1 kg 250 g de cobre.

- 29** Tres vecinos de una aldea alquilan una máquina motosierra durante 12 días. Juan la tiene 2 días; Pedro, 3 días; y Rufino, 7 días. El importe del alquiler asciende a 264 euros. ¿Cuánto debe pagar cada uno?

$$\text{Número total de días que se alquila la máquina} = 12$$

$$\text{Precio por día} = \frac{\text{Precio total}}{\text{N}^\circ \text{ de días}} = \frac{264}{12} = 22$$

$$\text{Juan debe pagar} \rightarrow 2 \cdot 22 = 44 \text{ €}$$

$$\text{Pedro debe pagar} \rightarrow 3 \cdot 22 = 66 \text{ €}$$

$$\text{Rufino debe pagar} \rightarrow 7 \cdot 22 = 154 \text{ €}$$

Juan debe pagar 44 €, Pedro, 66 €, y Rufino, 154 €.

- 30** En una granja de avestruces, cada animal consume, por término medio, 800 gramos de pienso al día. ¿Cuál será el presupuesto para alimentar a 80 avestruces, durante tres meses (90 días), si el kilo de pienso cuesta 1,03 €?

Estamos ante un problema de proporcionalidad compuesta: el número de avestruces y de días para alimentarlos son directamente proporcionales al presupuesto:

$$\left. \begin{array}{ccc} & \text{P. DIRECTA} & \\ & \begin{array}{c} \text{P. DIRECTA} \\ \downarrow \end{array} & \\ \text{N}^\circ \text{ DE AVESTRUCCES} & \text{N}^\circ \text{ DE DÍAS} & \text{PRESUPUESTO (€)} \\ \left. \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 0,8 \cdot 1,03 \\ 80 & 90 & x \end{array} \right\} \frac{1 \cdot 1}{80 \cdot 90} = \end{array} \right\}$$

$$= \frac{0,8 \cdot 1,03}{x} \rightarrow \frac{1}{7200} = \frac{0,8 \cdot 1,03}{x} \rightarrow x = 7200 \cdot 0,8 \cdot 1,03 = 5932,8$$

El presupuesto para alimentar a 80 avestruces durante tres meses es de 5932,8 €.

Página 72

- 31** Un taller de confección ha fabricado 1 600 chaquetas, trabajando 8 horas diarias durante 10 días. ¿Cuánto tiempo tardará en servir un pedido de 2 000 chaquetas trabajando 10 horas al día?

El número de chaquetas que se han de confeccionar es directamente proporcional al número de días que se han de trabajar.

Sin embargo, el número de horas de trabajo al día es inversamente proporcional al número de días trabajados.

	P. DIRECTA			
	P. INVERSA			
CHAQUETAS	HORAS/DÍA	Nº DE DÍAS	}	$\frac{1\,600 \cdot 10}{2\,000 \cdot 8} = \frac{10}{x} \rightarrow$
1 600	8	10		
2 000	10	x		

$$\rightarrow x = \frac{10 \cdot 2\,000 \cdot 8}{1\,600 \cdot 10} = 10$$

Se tardarán 10 días en servir el pedido.

- 32** Tres socios financian un negocio que exige una inversión de 136 000 €. El primero pone el 65%; el segundo, el 20%, y el tercero, el resto. Un tiempo después reparten unos beneficios de 16 800 €. ¿Qué cantidad corresponde a cada uno?

El beneficio se repartirá de forma proporcional a como se ha hecho la inversión.

PRIMERO \rightarrow se queda con el 65% de 16 800 = $0,65 \cdot 16\,800 = 10\,920$

SEGUNDO \rightarrow se queda con el 20% de 16 800 = $0,2 \cdot 16\,800 = 3\,360$

TERCERO \rightarrow se queda con el 15% de 16 800 = $0,15 \cdot 16\,800 = 2\,520$

Al primero le corresponden 10 920 €, al segundo, 3 360 €, y al tercero, 2 520 €.

- 33** Iván recibe un sueldo de 80 € semanales por ayudar en el negocio familiar en los ratos libres. A partir del mes que viene, su padre le subirá su asignación en un 20%, lo que le permitirá apuntarse a clases de guitarra que le cuestan 50 € mensuales. Calcula cuánto dinero le quedará disponible cada semana.

El sueldo semanal que va a recibir es el 120% del sueldo inicial:

$$120\% \text{ de } 80 = 1,20 \cdot 80 = 96 \text{ €}$$

El gasto en las clases de guitarra, por semana, es de $\frac{50}{4} = 12,5 \text{ €}$.

Así, el dinero disponible cada semana es de $96 - 12,5 = 83,5 \text{ €}$.

Cada semana le quedarán disponibles 83,5 €.

- 34** Un ganadero tiene en la actualidad 15 vacas cuya manutención le cuesta 2,8 € por vaca y día. Si decide aumentar su negocio y adquirir una nueva vaca cada mes, a partir del próximo, que es mayo, ¿qué presupuesto dedicará a la alimentación de su ganado durante los seis próximos meses?

Presupuesto por vaca y día = 2,8 €

1^{er} mes → Mayo (31 días) → 16 vacas → $16 \cdot 31 \cdot 2,8 = 1\,388,8$ €

2^o mes → Junio (30 días) → 17 vacas → $17 \cdot 30 \cdot 2,8 = 1\,428$ €

3^{er} mes → Julio (31 días) → 18 vacas → $18 \cdot 31 \cdot 2,8 = 1\,562,4$ €

4^o mes → Agosto (31 días) → 19 vacas → $19 \cdot 31 \cdot 2,8 = 1\,649,2$ €

5^o mes → Septiembre (30 días) → 20 vacas → $20 \cdot 30 \cdot 2,8 = 1\,680$ €

6^o mes → Octubre (31 días) → 21 vacas → $21 \cdot 31 \cdot 2,8 = 1\,822,8$ €

Presupuesto total = $1\,388,8 + 1\,428 + 1\,562,4 + 1\,649,2 + 1\,680 + 1\,822,8 =$
= 9 531,2

El presupuesto dedicado a alimentación para los próximos 6 meses es de 9 531,2 €.

- 35** Un especulador compra un terreno de 6 000 m² a 80 € el metro cuadrado. Un año después, vende 2 000 m² un 20% más caro, y seis meses más tarde vende el resto por un 25% más de lo que le costó. ¿Cuál ha sido la ganancia obtenida?

Precio pagado por el terreno = $6\,000 \cdot 80 = 480\,000$ €

Precio de venta:

• 2 000 m² un 20% más caro → $1,20 \cdot 80 = 96$ €/m²

Venta de 2 000 m²: $2\,000 \cdot 96 = 192\,000$ €

• 4 000 m² un 25% más caro → $1,25 \cdot 80 = 100$ €/m²

Venta de 4 000 m²: $4\,000 \cdot 100 = 400\,000$ €

Dinero total conseguido por la venta: $400\,000 + 192\,000 = 592\,000$ €

Ganancia = $592\,000 - 480\,000 = 112\,000$ €

La ganancia obtenida es de 112 000 €.

- 36** Al pactar la compra de un piso se acuerda abonar como señal un 5% del precio, un segundo pago del 65% a la firma de las escrituras, y el resto en 12 mensualidades de 7 000 euros cada una. ¿Cuál es el precio del piso?

Señal → 5% del precio del piso

Firma de escrituras → 65% del precio del piso

Resto → $12 \cdot 7\,000 = 84\,000$ €, que corresponde al 30% del valor del piso.

Llamando x al precio del piso:

$$30\% \text{ de } x = 84\,000 \rightarrow 0,3 \cdot x = 84\,000 \rightarrow x = 84\,000 : 0,3 \rightarrow \\ \rightarrow x = 280\,000$$

El precio del piso es de 280 000 €.

- 37** De una plancha de acero se ha cortado una porción rectangular de 70 cm de longitud y 60 cm de anchura. Ahora deseamos cortar una nueva porción de 40 cm de anchura y que tenga el mismo peso que la primera. ¿Cuál será el largo de esta nueva porción?

Para que las dos planchas tengan el mismo peso, la longitud y la anchura han de ser magnitudes inversamente proporcionales (a menos anchura, más longitud):

$$\begin{array}{c} \text{P. INVERSA} \\ \left. \begin{array}{cc} \text{ANCHO (cm)} & \text{LARGO (cm)} \\ 60 & 70 \\ 40 & x \end{array} \right\} \frac{60}{40} = \frac{x}{70} \rightarrow x = \frac{60 \cdot 70}{40} = 105 \end{array}$$

El largo de la nueva porción será de 105 cm.

- 38** Un sastre ha cobrado 398 € por un traje en el que ha invertido 4 metros de tela y 10 horas de trabajo. Sabiendo que valora su trabajo a razón de 19 € la hora, ¿cuánto cobrará por otro traje para el que ha necesitado 3,5 metros de tela y 12 horas de trabajo?

De los 398 € cobrados por la confección de un traje se tiene que:

$$\text{Coste por el trabajo: } 10 \text{ h} \cdot 19 \text{ €/h} = 190 \text{ €}$$

$$\text{Precio de 4 m de tela: } 398 - 190 = 208 \text{ €}$$

$$\text{Precio de 1 m de tela: } 208 \text{ €} : 4 \text{ m} = 52 \text{ €/m}$$

Por un traje de 3,5 m de tela y 12 horas de trabajo cobrará:

$$\left. \begin{array}{l} 12 \cdot 19 = 228 \text{ €} \\ 3,5 \cdot 52 = 182 \text{ €} \end{array} \right\} \text{Total} = 228 + 182 = 410$$

Cobrará por el traje 410 €.

Problemas de depósitos y préstamos

- 39** Calcula el interés simple que produce un capital de 25 000 € colocado al 2,75% durante 3 años.

$$\left. \begin{array}{l} C = 25\,000 \text{ €} \\ r = 2,75 \\ t = 3 \end{array} \right\} I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{25\,000 \cdot 2,75 \cdot 3}{100} = 2\,062,5$$

El interés que produce dicho capital es de 2 062,5 €.

- 40** Un padre de familia gana en la lotería un premio de 24 000 €, y pacta con el banco mantener el dinero en una cuenta durante cinco años, cobrando los beneficios cada año. A cambio, el banco le dará un interés del 6% anual. ¿Qué beneficio obtiene anualmente? ¿Y en los cinco años que dura el acuerdo?

Dado que los beneficios los retira anualmente, el interés que pacta con el banco es simple.

- Beneficio que obtiene en 1 año:

$$6\% \text{ de } 24\,000 = \frac{6 \cdot 24\,000}{100} = 1\,440 \text{ €}$$

- Beneficio que obtiene en 5 años:

$$5 \cdot 1\,440 = 7\,200 \text{ €}$$

En 1 año obtiene un beneficio de 1 440 € y, en 5 años, 7 200 €.

- 41** Calcula el interés que produce un capital de 40 000 €, colocados al 3,25% anual durante:

- a) Un año. b) Un mes. c) Cinco meses.

- a) UN AÑO

$$3,25\% \text{ de } 40\,000 = \frac{3,25 \cdot 40\,000}{100} = 1\,300 \text{ €}$$

El interés que se produce es de 1 300 €.

- b) UN MES

Si en 1 año se producen 1 300 € de interés, en 1 mes serán:

$$1\,300 : 12 = 108,33 \text{ €}$$

- c) CINCO MESES

Si en 1 mes se producen 108,33 € de interés, en 5 meses serán:

$$108,33 \cdot 5 = 541,67 \text{ €}$$

- 42** Un comerciante pide una prórroga de dos meses en el pago de una letra de 2 000 €, con unos intereses de demora del 16% anual. ¿Cuánto le cuesta la prórroga?

Si la prórroga fuera de un año tendría que pagar como intereses de demora el 16% de 2 000:

$$16\% \text{ de } 2\,000 = \frac{16 \cdot 2\,000}{100} = 320 \text{ €}$$

Como solo pide una prórroga de 2 meses (sexta parte del año), deberá pagar unos intereses de $320 : 6 = 53,33 \text{ €}$.

La prórroga le cuesta 53,33 €.

- 43** Un inversor coloca 200 000 € al 5% de interés compuesto durante un periodo de 4 años. ¿A cuánto ascenderá su capital al final de dicho periodo?

Los beneficios se suman al capital, el cual se incrementa un 5% cada año.

$$\text{Capital final} = 200\,000 \cdot 1,05^4 = 243\,101,25$$

Al cabo de 4 años, el capital final será de 243 101,25 €.

- 44** Rosa coloca 6 000 € al 4% anual y los mantiene en el banco durante cuatro años, retirando anualmente los beneficios obtenidos. María coloca la misma cantidad, al mismo interés y durante el mismo tiempo, pero da orden de que los beneficios se sumen cada año al capital. ¿Cuál es la diferencia entre los beneficios obtenidos por cada una?

Rosa negocia su capital bajo un interés simple:

$$\left. \begin{array}{l} C = 6\,000 \text{ €} \\ r = 4 \\ t = 4 \end{array} \right\} \text{Beneficio} \rightarrow I = \frac{C \cdot r \cdot t}{100} = \frac{6\,000 \cdot 4 \cdot 4}{100} = 960 \text{ €}$$

María negocia su capital bajo un interés compuesto:

$$\text{Capital final} = 6\,000 \cdot 1,04^4 = 7\,019,15 \text{ €}$$

$$\text{María gana } 7\,019,15 - 6\,000 = 1\,019,15 \text{ €}$$

María obtiene $1\,019,15 - 960 = 59,15 \text{ €}$ más de beneficio que Rosa.

- 45** ¿En cuánto se convierte un capital de 1 000 euros colocados al 0,003% mensual, durante 5 meses?

Suponemos que, mensualmente, los beneficios obtenidos se suman al capital, que se incrementa un 0,003% al mes.

$$\left. \begin{array}{l} C = 1\,000 \text{ €} \\ t = 5 \end{array} \right\} \text{Capital final} = 1\,000 \cdot 1,00003^5 = 1\,000,15 \text{ €}$$

El capital de 1 000 € se convierte en 1 000,15 €.

Página 72

- 46** Un usurero presta dinero al 5% mensual. ¿Cuánto tiempo debe transcurrir para que una deuda se duplique? Naturalmente, el usurero cada mes suma a la deuda los intereses correspondientes.

El usurero está negociando su préstamo con un interés compuesto.

Llamamos: $t \rightarrow$ tiempo transcurrido hasta que la deuda se duplique

$C \rightarrow$ deuda

$$C \cdot 1,05^t = 2 \cdot C \rightarrow 1,05^t = 2$$

Tanteando, se llega a que:

$$\left. \begin{array}{l} 1,05^{14} = 1,98 \\ 1,05^{15} = 2,079 \end{array} \right\} \rightarrow t = 15$$

Para que la deuda se duplique, han de transcurrir 15 meses.

Problemas de velocidades y tiempos

47 ¿Cuántos metros por segundo recorre un coche que va a una velocidad de 90 km/h?

El tiempo y la distancia son magnitudes directamente proporcionales:

$$\left. \begin{array}{cc} \text{TIEMPO (s)} & \text{DISTANCIA (m)} \\ 3600 & 90000 \\ 1 & x \end{array} \right\} \frac{3600}{1} = \frac{90000}{x} \rightarrow$$

$$\rightarrow x = \frac{90000}{3600} = 25 \rightarrow \text{En 1 segundo recorre 25 m.}$$

48 Un ciclista, que avanza a 23 km/h, alcanza a otro ciclista que avanza a 20 km/h. ¿Qué ventaja le llevará diez minutos más tarde? ¿Cuánto tiempo tardará en tomar una ventaja de un kilómetro?

10 minutos es la sexta parte de 1 hora. Luego:

- En 10 minutos, el ciclista que va a 23 km/h recorrerá $\frac{23}{6} = 3,833$ km
- En 10 minutos, el ciclista que va a 20 km/h recorrerá $\frac{20}{6} = 3,333$ km

Al cabo de 10 minutos, el primer ciclista aventajará al segundo en:

$$3,833 - 3,333 = 0,5 \text{ km, es decir, medio kilómetro}$$

Si en 10 minutos la ventaja es de medio kilómetro, para que sea de 1 km han de transcurrir $2 \cdot 10 = 20$ minutos.

49 Un automóvil ha viajado a 90 km/h durante 20 minutos y a 120 km/h durante los 10 minutos siguientes.

¿Cuál ha sido la velocidad media durante ese espacio de tiempo?

Calculamos el espacio que ha recorrido en cada periodo:

- Durante 20 minutos la velocidad ha sido de 90 km/h. El espacio que ha recorrido es de $\frac{90}{3} = 30$ km (20 minutos es la tercera parte de 1 hora).

- Durante 10 minutos la velocidad ha sido de 120 km/h. En este tiempo ha recorrido $\frac{120}{6} = 20$ km (10 minutos es la sexta parte de 1 hora).

$$\left. \begin{array}{l} \text{Espacio total recorrido} = 30 + 20 = 50 \text{ km} \\ \text{Tiempo invertido} = 20 + 10 = 30 \text{ min} = 0,5 \text{ h} \end{array} \right\} \text{velocidad} = \frac{50}{0,5} = 100$$

La velocidad media ha sido de 100 km/h.

- 50** Un mensajero sale en su motocicleta a las 10 de la mañana para hacer una entrega a 45 km de distancia. Durante el trayecto, sufre una avería que le detiene durante 15 minutos. Después regresa al punto de partida y calcula que ha realizado el encargo logrando una velocidad media de 60 km/h. ¿Cuál habría sido la velocidad media si no hubiera tenido la avería?

Calculamos el tiempo invertido en recorrer 45 km sabiendo que la velocidad media ha sido de 60 km/h:

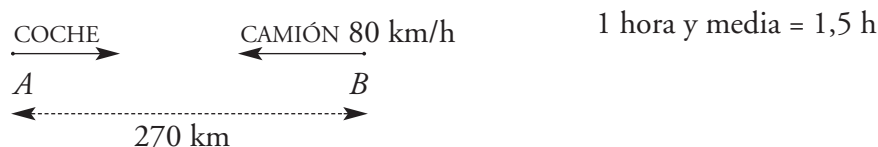
$$v = \frac{e}{t} \rightarrow 60 = \frac{45}{t} \rightarrow t = \frac{45}{60} \rightarrow t = 0,75 \text{ h}$$

El tiempo invertido ha sido de 0,75 h, esto es, tres cuartos de hora.

Si no hubiera sufrido la avería, habría tardado 15 minutos menos, es decir, media hora. En ese caso, la velocidad media habría sido:

$$v = \frac{45}{0,5} = 90 \text{ km/h}$$

- 51** Un coche sale de A hacia B en el mismo instante que un camión sale de B hacia A, tardando hora y media en encontrarse. ¿Cuál es la velocidad media del coche, sabiendo que la del camión es de 80 km/h y que la distancia de A a B es de 270 km?



- Calculamos la distancia que ha recorrido el camión hasta que se encuentra con el coche:

$$\left. \begin{array}{cc} \text{TIEMPO (h)} & \text{DISTANCIA (km)} \\ 1 & 80 \\ 1,5 & x \end{array} \right\} \frac{1}{1,5} = \frac{80}{x} \rightarrow x = 80 \cdot 1,5 = 120$$

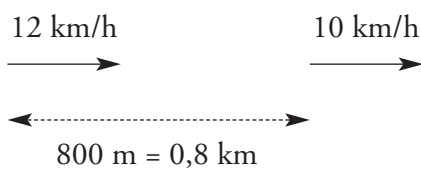
El camión ha recorrido 120 km hasta el momento del encuentro. Por tanto, el coche ha recorrido $270 - 120 = 150$ km.

- Calculamos la velocidad media del coche sabiendo que ha invertido 1,5 h en recorrer 150 km.

$$v = \frac{150 \text{ km}}{1,5 \text{ h}} = 100 \text{ km/h}$$

La velocidad media del coche es de 100 km/h.

- 52** Un corredor de fondo avanza a la velocidad de 10 km/h, perseguido por un rival que está 800 metros más atrás y lleva una velocidad de 12 km/h. ¿Cuánto tiempo transcurrirá hasta que el segundo alcance al primero?



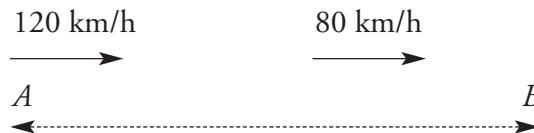
Los corredores se aproximan a una velocidad de $12 - 10 = 2 \text{ km/h}$.

El tiempo que se tarda en recorrer los 0,8 km que les separan, a una velocidad de 2 km/h es:

$$t = \frac{e}{v} \rightarrow t = \frac{0,8}{2} = 0,4 \text{ h} = 0,4 \cdot 60 \text{ min} = 24 \text{ minutos}$$

El segundo alcanzará al primero al cabo de 24 minutos.

- 53** Un camión sale de A hacia B a 80 km/h. Un cuarto de hora después sale un coche, en la misma dirección, a 120 km/h, llegando ambos a B simultáneamente. ¿Cuál es la distancia entre A y B?



Ambos vehículos se aproximan a una velocidad de $120 - 80 = 40 \text{ km/h}$.

- Calculamos la distancia que lleva recorrida el camión cuando el coche sale:

En 1 h recorre 80 km.

$$\text{En } \frac{1}{4} \text{ h recorre } \frac{80}{4} = 20 \text{ km.}$$

- El tiempo en recorrer los 20 km que les separan, a una velocidad de 40 km/h es:

$$t = \frac{e}{v} \rightarrow t = \frac{20}{40} = 0,5 \text{ h}$$

El coche y el camión tardan media hora en encontrarse, momento que se produce al final del trayecto. Por tanto, el coche tarda 0,5 h en llegar a B a una velocidad de 120 km/h. Así, la distancia de A a B será de:

$$e = 0,5 \text{ h} \cdot 120 \text{ km/h} = 60 \text{ km}$$

La distancia entre A y B es de 60 km.

- 54** Un depósito de 21 000 litros se abastece de dos grifos que aportan un caudal de 40 litros por minuto y de 30 litros por minuto, respectivamente. ¿Cuánto tardará en llenarse el depósito si se abren ambos grifos simultáneamente?

Ambos grifos, en 1 minuto, aportan un caudal de $40 + 30 = 70$ l.

Como el depósito tiene una capacidad de 21 000 l:

$$\frac{21\,000}{70} = 300 \text{ minutos} = 5 \text{ horas}$$

El depósito tardará 5 horas en llenarse.

- 55** Un grifo A, llena un depósito en 4 horas. Un segundo grifo, B, llena el mismo depósito en 6 horas. ¿Cuánto tardarán en llenarlo si se abren ambos simultáneamente?

La idea está en calcular la porción de depósito que llena cada grifo en 1 h:

- El grifo A llena, en 1 h, $\frac{1}{4}$ de depósito.
- El grifo B llena, en 1 h, $\frac{1}{6}$ de depósito.
- Ambos grifos, en 1 h llenan, $\frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12}$ de depósito.

Si se abren los dos grifos a la vez:

- Llenan $\frac{5}{12}$ del depósito en 1 hora.
- Llenan $\frac{1}{12}$ del depósito en $\frac{1}{5}$ hora.
- Llenan $\frac{12}{12}$ del depósito en $\frac{12}{5}$ hora = 2,4 h = 2 h + 0,4 · 60 min =
= 2 h 24 min.

Ambos grifos llenan el depósito en 2 h 24 min.

- 56** Una cuadrilla de segadores corta un campo de heno en 3 horas. Una segunda cuadrilla lo hace en 6 horas. ¿Cuánto tardarían en segar el campo las dos cuadrillas juntas?

Calculamos la porción de campo que corta cada cuadrilla en 1 h:

- La primera cuadrilla corta, en 1 h, $\frac{1}{3}$ del campo.
- La segunda cuadrilla corta, en 1 h, $\frac{1}{6}$ del campo.

- Ambas cuadrillas cortan, en 1 h, $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ del campo.

Trabajando ambas cuadrillas juntas:

- Cortan $\frac{1}{2}$ del campo en 1 hora.
- Cortan $\frac{2}{2}$ del campo en 2 horas.

Entre las dos cuadrillas necesitan 2 horas para segar el campo.