

Página 83

PRACTICA

Monomios

1 Indica cuál es el grado de los siguientes monomios y di cuáles son semejantes:

a) $2x^2$

b) $-3x^3$

c) $\frac{1}{2}x^2$

d) $\frac{3}{4}x$

e) $-\frac{1}{3}x$

f) x^3

g) 3

h) $-\frac{4}{5}x^2$

i) $-\frac{1}{5}$

a) Grado 2

b) Grado 3

c) Grado 2

d) Grado 1

e) Grado 1

f) Grado 3

g) Grado 0

h) Grado 2

i) Grado 0

Son semejantes: $2x^2, \frac{1}{2}x^2, -\frac{4}{5}x^2$
 $-3x^3, x^3$
 $\frac{3}{4}x, -\frac{1}{3}x$
 $3, -\frac{1}{5}$

2 Calcula el valor numérico de cada uno de estos monomios para $x = -1$, para

$x = 2$ y para $x = \frac{1}{2}$:

a) $3x^2$

b) $4x^3$

c) $-2x$

d) $-x^2$

e) $\frac{1}{2}x^2$

f) $-\frac{1}{4}x$

Para $x = -1$ Para $x = 2$ Para $x = \frac{1}{2}$

a) $3(-1)^2 = 3$

$3 \cdot 2^2 = 3 \cdot 4 = 12$

$3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

b) $4 \cdot (-1)^3 = -4$

$4 \cdot 2^3 = 4 \cdot 8 = 32$

$4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 4 \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$

c) $-2 \cdot (-1) = 2$

$-2 \cdot 2 = -4$

$-2 \cdot \frac{1}{2} = -1$

d) $-(-1)^2 = -1$

$-2^2 = -4$

$-\left(\frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{4}$

$$e) \frac{1}{2}(-1)^2 = \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \cdot 2^2 = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2 \quad \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

$$f) -\frac{1}{4}(-1) = \frac{1}{4} \quad -\frac{1}{4} \cdot 2 = -\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = -\frac{1}{8}$$

3 Simplifica:

a) $2x^6 - 3x^6 - x^6$

b) $3x^2 - x^2 + 5x^2$

c) $\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}x + x$

d) $\frac{2}{5}x^2 - \frac{1}{10}x^2 + x^2$

e) $-2x^3 + x^3 - 3x^3$

f) $-\frac{5}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^2 + 2x^2$

a) $2x^6 - 3x^6 - x^6 = (2 - 3 - 1)x^6 = -2x^6$

b) $3x^2 - x^2 + 5x^2 = (3 - 1 + 5)x^2 = 7x^2$

c) $\frac{1}{2}x - \frac{3}{4}x + x = \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} + 1\right)x = \left(\frac{2}{4} - \frac{3}{4} + \frac{4}{4}\right)x = \frac{3}{4}x$

d) $\frac{2}{5}x^2 - \frac{1}{10}x^2 + x^2 = \left(\frac{2}{5} - \frac{1}{10} + 1\right)x^2 = \left(\frac{4}{10} - \frac{1}{10} + \frac{10}{10}\right)x^2 = \frac{13}{10}x^2$

e) $-2x^3 + x^3 - 3x^3 = (-2 + 1 - 3)x^3 = -4x^3$

f) $-\frac{5}{2}x^2 + \frac{1}{2}x^2 + 2x^2 = \left(-\frac{5}{2} + \frac{1}{2} + 2\right)x^2 = \left(-\frac{4}{2} + 2\right)x^2 = 0x^2 = 0$

4 Dados los monomios $A = -5x^4$, $B = 20x^4$, $C = 2x$, calcula:

a) $A + B$

b) $A - B$

c) $3A + 2B$

d) A^3

e) C^2

f) $A^2 + C^8$

g) $A \cdot B$

h) $A \cdot C$

i) $B \cdot C$

j) $B : A$

k) $A : B$

l) $B : C$

$A = -5x^4 \quad B = 20x^4 \quad C = 2x$

a) $A + B = -5x^4 + 20x^4 = 15x^4$

b) $A - B = -5x^4 - 20x^4 = -25x^4$

c) $3A + 2B = 3 \cdot (-5x^4) + 2 \cdot (20x^4) = -15x^4 + 40x^4 = 25x^4$

d) $A^3 = (-5x^4)^3 = -125x^{12}$

e) $C^2 = (2x)^2 = 4x^2$

f) $A^2 + C^8 = (-5x^4)^2 + (2x)^8 = 25x^8 + 256x^8 = 281x^8$

g) $A \cdot B = (-5x^4) \cdot (20x^4) = -100x^8$

$$\begin{aligned} \text{h) } A \cdot C &= (-5x^4) \cdot (2x) = -10x^5 \\ \text{i) } B \cdot C &= (20x^4) \cdot (2x) = 40x^5 \\ \text{j) } B : A &= (20x^4) : (-5x^4) = -4 \\ \text{k) } A : B &= (-5x^4) : (20x^4) = -\frac{5}{20} = -\frac{1}{4} \\ \text{l) } B : C &= (20x^4) : (2x) = 10x^3 \end{aligned}$$

5 Efectúa las siguientes operaciones y di cuál es el grado del monomio resultante:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 2x \cdot (-3x^2) \cdot (-x) & \text{b) } 2x^3 \cdot (-x^2) \cdot 5x \\ \text{c) } \frac{3}{4}x^3 \cdot (-2x^2) \cdot 2x & \text{d) } x \cdot \left(-\frac{1}{2}x\right) \cdot \frac{3}{5}x \\ \text{e) } -\frac{1}{3}x \cdot 3x^2 \cdot (-x) & \text{f) } \frac{2}{5}x^2 \cdot \frac{3}{4}x \cdot \frac{10}{3}x^2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{a) } 2x \cdot (-3x^2) \cdot (-x) &= 6x^4 \rightarrow \text{Grado 4} \\ \text{b) } 2x^3 \cdot (-x^2) \cdot 5x &= -10x^6 \rightarrow \text{Grado 6} \\ \text{c) } \frac{3}{4}x^3 \cdot (-2x^2) \cdot 2x &= \frac{3}{4} \cdot (-4)x^6 = -3x^6 \rightarrow \text{Grado 6} \\ \text{d) } x \cdot \left(-\frac{1}{2}x\right) \cdot \frac{3}{5}x &= -\frac{3}{10}x^3 \rightarrow \text{Grado 3} \\ \text{e) } -\frac{1}{3}x \cdot 3x^2 \cdot (-x) &= x^4 \rightarrow \text{Grado 4} \\ \text{f) } \frac{2}{5}x^2 \cdot \frac{3}{4}x \cdot \frac{10}{3}x^2 &= \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{10}{3} \cdot x^5 = x^5 \rightarrow \text{Grado 5} \end{aligned}$$

6 Efectúa las siguientes divisiones de monomios y di cuál es el grado de cada monomio resultante:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } (8x^3) : (2x^2) & \text{b) } (4x^6) : (2x) \\ \text{c) } (3x^3) : (2x^2) & \text{d) } (18x^3) : (2x^3) \\ \text{e) } \frac{20x^3}{2x^2} & \text{f) } \frac{-15x^6}{3x^2} \\ \text{g) } \frac{120x^2}{10x} & \text{h) } \frac{-7x^3}{2x^2} \\ \text{i) } \frac{-2x^2}{x^2} & \text{j) } \frac{-5x}{5x} \end{array}$$

- a) $(8x^3) : (2x^2) = 4x \rightarrow$ Grado 1
 b) $(4x^6) : (2x) = 2x^5 \rightarrow$ Grado 5
 c) $(3x^3) : (2x^2) = \frac{3}{2}x \rightarrow$ Grado 1
 d) $(18x^3) : (2x^3) = 9 \rightarrow$ Grado 0
 e) $\frac{20x^3}{2x^2} = 10x \rightarrow$ Grado 1
 f) $\frac{-15x^6}{3x^2} = -5x^4 \rightarrow$ Grado 4
 g) $\frac{120x^2}{10x} = 12x \rightarrow$ Grado 1
 h) $\frac{-7x^3}{2x^2} = -\frac{7}{2}x \rightarrow$ Grado 1
 i) $\frac{-2x^2}{x^2} = -2 \rightarrow$ Grado 0
 j) $\frac{-5x}{5x} = -1 \rightarrow$ Grado 0

Polinomios

7 Indica cuál es el grado de los siguientes polinomios (recuerda que deben estar en forma reducida):

- | | |
|-------------------------|---------------------------------------|
| a) $2x^4 - 3x^2 + 4x$ | b) $x^2 - 3x^3 + 2x$ |
| c) $x^2 - 3x^2 + 4x^3$ | d) $-\frac{1}{2}x^3 + 3x^2$ |
| e) $3x^3 - 2x^2 - 3x^3$ | f) $-\frac{1}{4}x^5 - \frac{3}{5}x^2$ |
| g) $2x + 3$ | h) $-\frac{1}{3}x + 3x$ |

- | | | | |
|--------------------------------|------------|------------|------------|
| a) Grado 4 | b) Grado 3 | c) Grado 3 | d) Grado 3 |
| e) $-2x^2 \rightarrow$ Grado 2 | f) Grado 5 | g) Grado 1 | h) Grado 1 |

8 Halla el valor numérico de estos polinomios para $x = 0$, para $x = -1$ y para $x = 2$:

- | | |
|--------------------------|------------------------------|
| a) $x^3 - 2x^2 + 3$ | b) $x^2 - 3x + 1$ |
| c) $\frac{1}{2}x^2 + 3x$ | d) $\frac{3}{4}x^3 - 2x + 1$ |

Para $x = 0$	Para $x = -1$	Para $x = 2$
a) $0^3 - 2 \cdot 0^2 + 3 = 3$	$(-1)^3 - 2 \cdot (-1)^2 + 3 = 0$	$8 - 8 + 3 = 3$
b) $0^2 - 3 \cdot 0 + 1 = 1$	$1 + 3 + 1 = 5$	$4 - 6 + 1 = -1$
c) $\frac{1}{2} \cdot 0^2 + 3 \cdot 0 = 0$	$\frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$	$2 + 6 = 8$
d) $\frac{3}{4} \cdot 0^3 - 2 \cdot 0 + 1 = 1$	$-\frac{3}{4} + 2 + 1 = \frac{9}{4}$	$6 - 4 + 1 = 3$

9 Sean los polinomios:

$$M(x) = 3x^2 - 5x - 3; \quad N(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x + 1; \quad K(x) = x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$$

Calcula:

a) $2M(x) + 4N(x) + 3K(x)$

b) $M(x) - 2N(x)$

c) $M(x) + 3N(x) - K(x)$

$$M(x) = 3x^2 - 5x - 3; \quad N(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{4}x + 1; \quad K(x) = x^2 - \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } 2M(x) = 6x^2 - 10x - 6 \\ 4N(x) = 2x^2 + 3x + 4 \\ 3K(x) = 3x^2 - x + 2 \end{array} \right\} \rightarrow 2M(x) + 4N(x) + 3K(x) = 11x^2 - 8x$$

b) $2N(x) = x^2 + \frac{3}{2}x + 2$

$$-2N(x) = -x^2 - \frac{3}{2}x - 2$$

$$M(x) - 2N(x) = 2x^2 - \frac{13}{3}x - 5$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{c) } 3N(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{9}{4}x + 3 \\ -K(x) = -x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \end{array} \right\}$$

$$M(x) + 3N(x) - K(x) = \frac{7}{2}x^2 - \frac{29}{12}x - \frac{2}{3}$$

Página 84

10 Opera y simplifica:

a) $(5x - 2)(3 - 2x)$

b) $x(x - 3)(2x - 1)$

$$a) (5x - 2)(3 - 2x) = 15x - 10x^2 - 6 + 4x = -10x^2 + 19x - 6$$

$$b) x(x - 3)(2x - 1) = (x^2 - 3x)(2x - 1) = 2x^3 - x^2 - 6x^2 + 3x = 2x^3 - 7x^2 + 3x$$

11 Opera y simplifica:

$$a) 3x^3(2x^2 - 3x + 5)$$

$$b) (x^2 - 5x)(x^3 + 2x)$$

$$c) (x^3 - 2x + 3)(x^2 + 4x - 1)$$

$$d) (3x^2 - 2x + 2)(x^3 + 3x - 2)$$

$$a) 3x^3(2x^2 - 3x + 5) = 6x^5 - 9x^4 + 15x^3$$

$$b) (x^2 - 5x) \cdot (x^3 + 2x) = x^5 + 2x^3 - 5x^4 - 10x^2$$

$$\begin{aligned} c) (x^3 - 2x + 3) \cdot (x^2 + 4x - 1) &= \\ &= x^5 + 4x^4 - x^3 - 2x^3 - 8x^2 + 2x + 3x^2 + 12x - 3 = \\ &= x^5 + 4x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 14x - 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) (3x^2 - 2x + 2) \cdot (x^3 + 3x - 2) &= \\ &= 3x^5 + 9x^3 - 6x^2 - 2x^4 - 6x^2 + 4x + 2x^3 + 6x - 4 = \\ &= 3x^5 - 2x^4 + 11x^3 - 12x^2 + 10x - 4 \end{aligned}$$

12 Calcula y simplifica:

$$a) (3x - 2)^2$$

$$b) (x + 2)^2$$

$$c) (x + 2)^3$$

$$d) (x + 2)^4$$

$$e) (x^2 - 2x + 2)^2$$

$$f) (x^2 + x - 3)^2$$

$$a) (3x - 2)^2 = (3x - 2)(3x - 2) = 9x^2 - 6x - 6x + 4 = 9x^2 - 12x + 4$$

$$b) (x + 2)^2 = (x + 2)(x + 2) = x^2 + 2x + 2x + 4 = x^2 + 4x + 4$$

$$\begin{aligned} c) (x + 2)^3 &= (x + 2)(x + 2)^2 = (x + 2)(x^2 + 4x + 4) = \\ &= x^3 + 4x^2 + 4x + 2x^2 + 8x + 8 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) (x + 2)^4 &= (x + 2) \cdot (x + 2)^3 = (x + 2)(x^3 + 6x^2 + 12x + 8) = \\ &= x^4 + 6x^3 + 12x^2 + 8x + 2x^3 + 12x^2 + 24x + 16 = \\ &= x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e) (x^2 - 2x + 2)^2 &= (x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x + 2) = \\ &= x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x^3 + 4x^2 - 4x + 2x^2 - 4x + 4 = \\ &= x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 8x + 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f) (x^2 + x - 3)^2 &= (x^2 + x - 3)(x^2 + x - 3) = \\ &= x^4 + x^3 - 3x^2 + x^3 + x^2 - 3x - 3x^2 - 3x + 9 = \\ &= x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x + 9 \end{aligned}$$

13 Calcula, utilizando las identidades notables:

a) $(4x + 1)^2$

b) $(3x - 1)^2$

c) $(x + 5)(x - 5)$

d) $(x - 1)^2$

e) $\left(3x + \frac{1}{3}\right)^2$

f) $\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2$

g) $\left(x + \frac{1}{5}\right)\left(x - \frac{1}{5}\right)$

h) $\left(2x - \frac{1}{2}\right)\left(2x + \frac{1}{2}\right)$

a) $(4x + 1)^2 = 16x^2 + 8x + 1$

b) $(3x - 1)^2 = 9x^2 - 6x + 1$

c) $(x + 5)(x - 5) = x^2 - 25$

d) $(x - 1)^2 = x^2 - 2x + 1$

e) $\left(3x + \frac{1}{3}\right)^2 = 9x^2 + 2x + \frac{1}{9}$

f) $\left(2x - \frac{1}{2}\right)^2 = 4x^2 - 2x + \frac{1}{4}$

g) $\left(x + \frac{1}{5}\right)\left(x - \frac{1}{5}\right) = x^2 - \frac{1}{25}$

h) $\left(2x - \frac{1}{2}\right)\left(2x + \frac{1}{2}\right) = 4x^2 - \frac{1}{4}$

14 Completa:

a) $(x + 7)(x - 7) = \square^2 - \square^2$

b) $(x + 1)(x - 1) =$

c) $(2 + x)(2 - x) =$

a) $(x + 7)(x - 7) = x^2 - 7^2$

b) $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1^2$

c) $(2 + x)(2 - x) = 2^2 - x^2$

15 Expresa como diferencia de cuadrados:

a) $(3x + 5)(3x - 5)$

b) $(5 - 2x)(5 + 2x)$

c) $(x^2 + 4)(x^2 - 4)$

d) $(x^2 - 2x)(x^2 + 2x)$

a) $(3x + 5)(3x - 5) = (3x)^2 - 5^2$

b) $(5 - 2x)(5 + 2x) = 5^2 - (2x)^2$

c) $(x^2 + 4)(x^2 - 4) = (x^2)^2 - 4^2$

d) $(x^2 - 2x)(x^2 + 2x) = (x^2)^2 - (2x)^2$

16 Calcula el cociente y el resto en cada una de estas divisiones:

a) $(x^5 + 7x^3 - 5x + 1) : (x^3 + 2x)$

b) $(x^3 - 5x^2 + x) : (x^2 - 1)$

c) $(x^3 - 5x^2 + x) : (2x^2 - 1)$

$$\text{a) } (x^5 + 7x^3 - 5x + 1) : (x^3 + 2x)$$

$$\begin{array}{r} x^5 + 7x^3 - 5x + 1 \\ \underline{-x^5 - 2x^3} \\ 5x^3 - 5x \\ \underline{-5x^3 - 10x} \\ -15x + 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \overline{x^3 + 2x} \\ x^2 + 5 \end{array} \leftarrow C(x)$$

$$\leftarrow R(x)$$

$$\text{b) } (x^3 - 5x^2 + x) : (x^2 - 1)$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 5x^2 + x \\ \underline{-x^3 + x} \\ -5x^2 + 2x \\ \underline{5x^2 - 5} \\ 2x - 5 \end{array} \quad \begin{array}{l} \overline{x^2 - 1} \\ x - 5 \end{array} \leftarrow C(x)$$

$$\leftarrow R(x)$$

$$\text{c) } (x^3 - 5x^2 + x) : (2x^2 - 1)$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 5x^2 + x \\ \underline{-x^3 + (1/2)x} \\ -5x^2 + (3/2)x \\ \underline{5x^2 - 5/2} \\ (3/2)x - 5/2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \overline{2x^2 - 1} \\ (1/2)x - 5/2 \end{array} \leftarrow C(x)$$

$$\leftarrow R(x)$$

17 Halla el cociente y el resto en cada una de estas divisiones:

$$\text{a) } (3x^2 - 7x + 5) : (x^2 - x + 1)$$

$$\text{b) } (x^3 - x) : (x^2 - 1)$$

$$\text{c) } (x^3 - 3x^2 - 2) : (x^2 + 1)$$

$$\text{a) } \begin{array}{r} 3x^2 - 7x + 5 \\ \underline{-3x^2 + 3x - 3} \\ -4x + 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \overline{x^2 - x + 1} \\ 3 \end{array} \leftarrow C(x)$$

$$\leftarrow R(x)$$

$$\text{b) } \begin{array}{r} x^3 - x \\ \underline{-x^3 + x} \\ 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \overline{x^2 - 1} \\ x \end{array} \leftarrow C(x)$$

$$\leftarrow R(x)$$

$$\begin{array}{r}
 c) \quad x^3 - 3x^2 - 2 \quad \left| \begin{array}{r} x^2 + 1 \\ x - 3 \end{array} \right. \leftarrow C(x) \\
 \underline{-x^3 \quad -x} \\
 -3x^2 - x - 2 \\
 \underline{3x^2 \quad + 3} \\
 -x + 1 \quad \leftarrow R(x)
 \end{array}$$

18 Utilizando la regla de Ruffini, halla el cociente y el resto de cada división:

a) $(3x^4 - 2x^2 + 5x - 2) : (x - 2)$

b) $(-x^4 + 2x^3 - 3x + 1) : (x + 1)$

c) $(3x^3 + 2x^2 - x) : (x + 2)$

d) $(x^3 - 27) : (x - 3)$

e) $(x^4 - x^2) : (x + 1)$

a) $(3x^4 - 2x^2 + 5x - 2) : (x - 2)$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 3 & 0 & -2 & 5 & -2 \\
 2 & & 6 & 12 & 20 & 50 \\
 \hline
 & 3 & 6 & 10 & 25 & \boxed{48}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 C(x) &= 3x^3 + 6x^2 + 10x + 25 \\
 R &= 48
 \end{aligned}$$

b) $(-x^4 + 2x^3 - 3x + 1) : (x + 1)$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & -1 & 2 & 0 & -3 & 1 \\
 -1 & & 1 & -3 & 3 & 0 \\
 \hline
 & -1 & 3 & -3 & 0 & \boxed{1}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 C(x) &= -x^3 + 3x^2 + 3x \\
 R &= 1
 \end{aligned}$$

c) $(3x^3 + 2x^2 - x) : (x + 2)$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 3 & 2 & -1 & 0 \\
 -2 & & -6 & 8 & -14 \\
 \hline
 & 3 & -4 & 7 & \boxed{-14}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 C(x) &= 3x^2 - 4x + 7 \\
 R &= -14
 \end{aligned}$$

d) $(x^3 - 27) : (x - 3)$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 1 & 0 & 0 & -27 \\
 3 & & 3 & 9 & 27 \\
 \hline
 & 1 & 3 & 9 & \boxed{0}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 C(x) &= x^2 + 3x + 9 \\
 R &= 0
 \end{aligned}$$

e) $(x^4 - x^2) : (x + 1)$

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
 -1 & & -1 & 1 & 0 & 0 \\
 \hline
 & 1 & -1 & 0 & 0 & \boxed{0}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 C(x) &= x^3 - x^2 \\
 R &= 0
 \end{aligned}$$

19 Calcula el cociente y el resto en cada una de las divisiones siguientes:

a) $(x^4 - 2x^3 + 5x - 1) : (x - 2)$

b) $(x^4 + x^2 - 20) : (x + 2)$

c) $(2x^4 + x^2 - 3x) : (x - 1)$

d) $(x^4 - 81) : (x - 3)$

e) $(3x^4 - 7x^3 - 3x^2 - x) : \left(x + \frac{2}{3}\right)$

a) $(x^4 - 2x^3 + 5x - 1) : (x - 2)$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -2 & 0 & 5 & -1 \\ 2 & & 2 & 0 & 0 & 10 \\ \hline & 1 & 0 & 0 & 5 & \underline{9} \end{array}$$

$$\begin{aligned} C(x) &= x^3 + 5 \\ R &= 9 \end{aligned}$$

b) $(x^4 + x^2 - 20) : (x + 2)$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & 1 & 0 & -20 \\ -2 & & -2 & 4 & -10 & 20 \\ \hline & 1 & -2 & 5 & -10 & \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{aligned} C(x) &= x^3 - 2x^2 + 5x - 10 \\ R &= 0 \end{aligned}$$

c) $(2x^4 + x^2 - 3x) : (x - 1)$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 2 & 0 & 1 & -3 & 0 \\ 1 & & 2 & 2 & 3 & 0 \\ \hline & 2 & 2 & 3 & 0 & \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{aligned} C(x) &= 2x^3 + 2x^2 + 3x \\ R &= 0 \end{aligned}$$

d) $(x^4 - 81) : (x - 3)$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & 0 & 0 & 0 & -81 \\ 3 & & 3 & 9 & 27 & 81 \\ \hline & 1 & 3 & 9 & 27 & \underline{0} \end{array}$$

$$\begin{aligned} C(x) &= x^3 + 3x^2 + 9x + 27 \\ R &= 0 \end{aligned}$$

e) $(3x^4 - 7x^3 - 3x^2 - x) : \left(x + \frac{2}{3}\right)$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 3 & -7 & -3 & -1 & 0 \\ -2/3 & & -2 & 6 & -2 & 2 \\ \hline & 3 & -9 & 3 & -3 & \underline{2} \end{array}$$

$$\begin{aligned} C(x) &= 3x^3 - 9x^2 + 3x - 3 \\ R &= 2 \end{aligned}$$

PIENSA Y RESUELVE

20 Al multiplicar $P(x)$ por $3x^2$ hemos obtenido $-15x^4$. ¿Cuánto vale $P(x)$?

$$\text{Si } P(x) \cdot 3x^2 = -15x^4 \rightarrow P(x) = \frac{-15x^4}{3x^2} = -5x^2$$

21 Al dividir $M(x)$ entre $2x^3$ hemos obtenido $5x^2$. ¿Cuánto vale $M(x)$?

$$\text{Si } M(x): 2x^3 = 5x^2 \rightarrow M(x) = 5x^2 \cdot 2x^3 = 10x^5$$

22 Completa estas expresiones:

a) $(x - 3)^2 = x^2 - \square x + 9$

b) $(2x + 1)^2 = 4x^2 + \square x + 1$

c) $(x + \square)^2 = x^2 + 8x + 16$

d) $(3x - \square)^2 = \square x^2 - \square x + 4$

a) $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$

b) $(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$

c) $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$

d) $(3x - 2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$

Página 85

23 (ESTÁ RESUELTO EN EL LIBRO).

24 Desarrolla y simplifica:

a) $(x - 4)^2 + (x - 2)(x + 2)$

b) $(2x - 1)^2 - 2(x + 1)^2$

c) $(3x - 1)^2 - (2x + 1)(2x - 1)$

d) $(5x - 1)^2 - 2(4x - 1)^2$

a) $(x - 4)^2 + (x - 2)(x + 2) = x^2 - 8x + 16 + x^2 - 4 = 2x^2 - 8x + 12$

b) $(2x - 1)^2 - 2(x + 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1 - 2(x^2 + 2x + 1) =$
 $= 4x^2 - 4x + 1 - 2x^2 - 4x - 2 = 2x^2 - 8x - 1$

c) $(3x - 1)^2 - (2x + 1)(2x - 1) = 9x^2 - 6x + 1 - (4x^2 - 1) =$
 $= 9x^2 - 6x + 1 - 4x^2 + 1 = 5x^2 - 6x + 2$

d) $(5x - 1)^2 - 2(4x - 1)^2 = 25x^2 - 10x + 1 - 2(16x^2 - 8x + 1) =$
 $= 25x^2 - 10x + 1 - 32x^2 + 16x - 2 = -7x^2 + 6x - 1$

25 Opera y reduce:

a) $\left(\frac{x-3}{2}\right)^2 - \frac{2x-1}{4}$

b) $\frac{x+3}{5} - \frac{(x-1)^2}{4}$

a) $\left(\frac{x-3}{2}\right)^2 - \frac{2x-1}{4} = \frac{(x-3)^2}{4} - \frac{2x-1}{4} = \frac{x^2 - 6x + 9 - 2x + 1}{4} =$
 $= \frac{x^2 - 8x + 10}{4}$

b) $\frac{x+3}{5} - \frac{(x-1)^2}{4} = \frac{4(x+3)}{20} - \frac{5(x-1)^2}{20} = \frac{4x+12-5(x^2-2x+1)}{20} =$
 $= \frac{4x+12-5x^2+10x-5}{20} = \frac{-5x^2+14x+7}{20}$

26 Efectúa las siguientes divisiones y expresa el resultado de la forma:

$$P(x) = Q(x) \cdot C(x) + R(x) \text{ y de la forma } \frac{P(x)}{Q(x)} = C(x) + \frac{R(x)}{Q(x)}:$$

a) $(x^2 - 3x + 2) : (x + 4)$

b) $(x^3 - 2x + 3) : (x^2 - 1)$

c) $(3x^2 - 2x + 7) : (x - 2)$

d) $(x^2 + x - 12) : (x - 3)$

a) $(x^2 - 3x + 2) : (x + 4)$

Calculamos $C(x)$ y $R(x)$ aplicando la regla de Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -3 & 2 \\ -4 & & -4 & 28 \\ \hline & 1 & -7 & 30 \end{array} \quad \begin{array}{l} C(x) = x - 7 \\ R = 30 \end{array}$$

Así: $x^2 - 3x + 2 = (x + 4)(x - 7) + 30$

$$\frac{x^2 - 3x + 2}{x + 4} = x - 7 + \frac{30}{x + 4}$$

b) $\begin{array}{r|rr} x^3 - 2x + 3 & x^2 - 1 \\ -x^3 + x & x \\ \hline & -x + 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} C(x) = x \\ R(x) = -x + 3 \end{array}$

Así: $x^3 - 2x + 3 = (x^2 - 1)x - x + 3$

$$\frac{x^3 - 2x + 3}{x^2 - 1} = x + \frac{3 - x}{x^2 - 1}$$

c) $(3x^2 - 2x + 7) : (x - 2)$

Aplicamos la regla de Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrr} & 3 & -2 & 7 \\ 2 & & 6 & 8 \\ \hline & 3 & 4 & 15 \end{array} \quad \begin{array}{l} C(x) = 3x + 4 \\ R = 15 \end{array}$$

Luego: $3x^2 - 2x + 7 = (x - 2)(3x + 4) + 15$

$$\frac{3x^2 - 2x + 7}{x - 2} = 3x + 4 + \frac{15}{x - 2}$$

$$d) (x^2 + x - 12) : (x - 3)$$

Aplicamos la regla de Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & 1 & -12 \\ 3 & & 3 & 12 \\ \hline & 1 & 4 & 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} C(x) = x + 4 \\ R = 0 \end{array}$$

$$\text{Así: } x^2 + x - 12 = (x - 3)(x + 4)$$

$$\frac{x^2 + x - 12}{x - 3} = x + 4$$

27 Calcula un polinomio $P(x)$ tal que: $A(x) - 2B(x) + P(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ siendo:

$$A(x) = 2x^4 - 3x^2 - 4x + 5 \quad B(x) = x^3 - 5x^2 - 5x + 9$$

Despejamos $P(x)$ de la expresión dada; así:

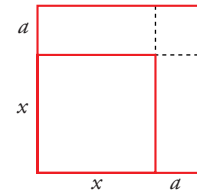
$$P(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 - A(x) + 2B(x)$$

$$P(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 - (2x^4 - 3x^2 - 4x + 5) + 2(x^3 - 5x^2 - 5x + 9)$$

$$P(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 - 2x^4 + 3x^2 + 4x - 5 + 2x^3 - 10x^2 - 10x + 18$$

$$P(x) = -x^4 + 3x^3 - 6x^2 - 5x + 14$$

28 Aumentamos el lado, x , de un cuadrado en a cm y formamos un nuevo cuadrado cuyo lado mide $x + a$. Suma las áreas de los rectángulos y de los cuadrados pequeños de la figura y comprueba que obtienes el área del cuadrado de lado $x + a$.



- Área del cuadrado de lado $x + a$:

$$A = (x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

- Área de cada zona señalada en la figura:

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \overbrace{\quad a \quad} & \overbrace{\quad x \quad} \\ \hline 1 & 2 \\ \hline \underbrace{\quad a \quad} & \underbrace{\quad x \quad} \\ \hline 4 & 3 \\ \hline \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} A_1 = a \cdot x \\ A_2 = x^2 \\ A_3 = a \cdot x \\ A_4 = a^2 \end{array} \right\} \rightarrow A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = xa + a^2 + xa + x^2 = a^2 + 2ax + x^2 = (x + a)^2 = A$$

$$\text{Así, } A = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$