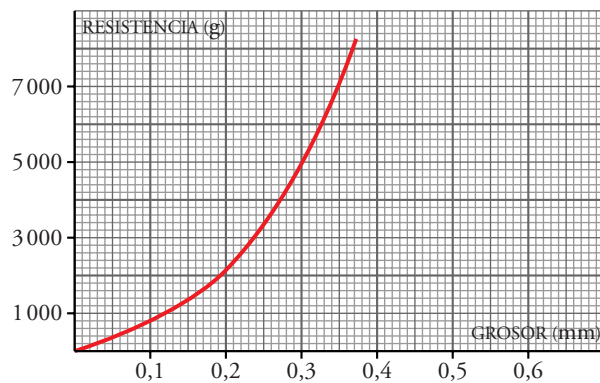


Página 135

PRACTICA

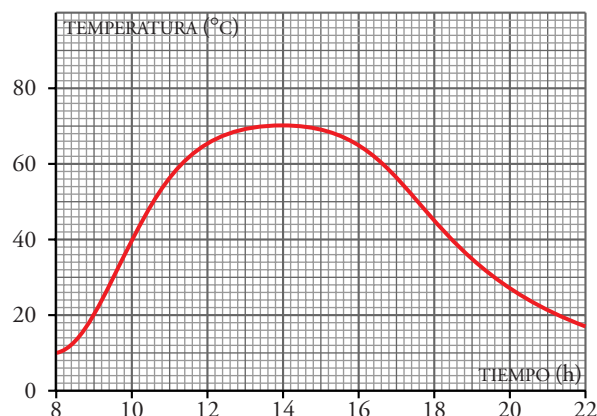
Interpretación de gráficas

- 1 En un libro de pesca hemos encontrado la siguiente gráfica que relaciona la resistencia de un tipo de hilo con su grosor:



- a) ¿Qué grosor debe tener el sedal de un pescador que quiera pescar salmones cuyo peso no supere los 2 kg?
- b) ¿Con cuántos gramos se podría romper un sedal de 0,2 mm de grosor? ¿Y de 0,35 mm?
- a) Un grosor de, al menos, 0,17 mm.
- b) Con más de 2 200 g se rompería un sedal de 0,2 mm.
Con más de 7 000 g se rompería un sedal de 0,35 mm.

- 2 La siguiente gráfica nos muestra la temperatura de un radiador desde que se enciende la calefacción (8 h) hasta 14 horas más tarde.



- a) ¿Cuál es la temperatura máxima que alcanza y cuándo la alcanza?
- b) Calcula el aumento de temperatura por hora entre las 8 h y las 10 h.
¿Es el mismo entre las 10 h y las 12 h?
- c) ¿Cuál es el dominio de definición?
- d) Di en qué intervalo es decreciente la función.

a) La temperatura máxima es de 70 °C y la alcanza a las 14 horas.

$$b) \frac{40 - 10}{10 - 8} = \frac{30}{2} = 15 \text{ °C cada hora.}$$

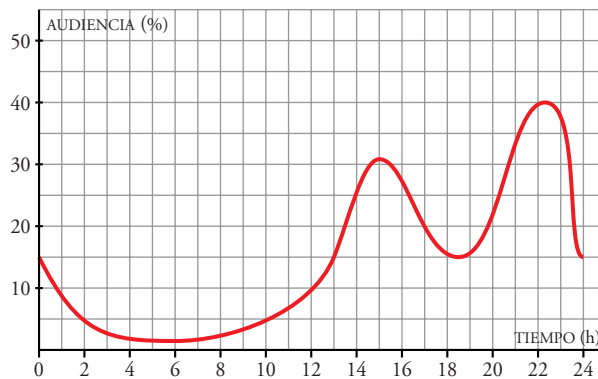
Entre las 10 h y las 12 h, el aumento de temperatura es:

$$\frac{65 - 40}{12 - 10} = \frac{25}{2} = 12,5 \text{ °C}$$

c) *Dominio* = [8, 22]

d) El intervalo de decrecimiento es [14, 22].

- 3 a) Esta curva muestra la audiencia de televisión en España en un día promedio del mes de abril de 2002. ¿Cuáles son sus puntos más importantes? Descríbela.



- b) Cuando se habla de audiencia, se dice que España, al igual que Francia, Italia o Portugal, pertenece al grupo de países “camello” cuyas curvas de audiencia tienen dos “jorobas”. Otros países, como Alemania y Dinamarca, son del grupo dromedario con una sola “joroba”, que se produce alrededor de las 20 h. ¿Qué quieren decir los técnicos cuando hablan de “jorobas”?

a) A las 0 h hay un 15% de gente viendo la televisión. De esa hora en adelante decrece el porcentaje hasta las 6 h, que empieza a crecer poco a poco hasta las 15 h, que es cuando hay más de un 30% de audiencia. De nuevo baja hasta un 15% a las 18 h, y vuelve a subir muy rápido hasta un 40% de audiencia a las 22 h, que empieza a decrecer, quedándose a las 24 h en un 15%, como se empezó.

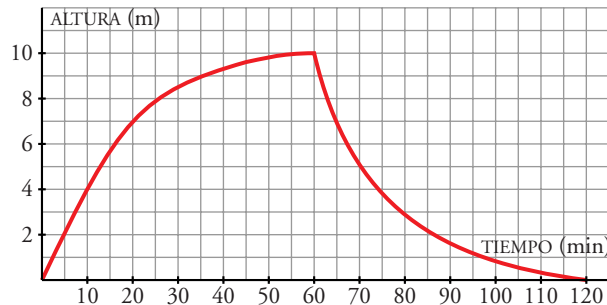
b) Las jorobas son los máximos, es decir, los puntos con un índice de audiencia más alto.

- 4 Esta gráfica muestra cómo varía la altura del agua en un depósito que se llena con una bomba y que lleva dos válvulas para regular la entrada y la salida del agua.

a) ¿Cuál es el máximo de esta función? Explica su significado.

b) ¿En qué puntos corta el eje de las x ? ¿Qué significan esos puntos?

- c) ¿Cuál es su dominio de definición?
d) Di en qué intervalo es creciente y en cuál es decreciente.



- a) El máximo llega a los 60 minutos y es de 10 m de altura. Esto significa que al llegar el agua a los 10 m de altura, se abre la válvula que lo vacía.
b) En $x = 0$ y en $x = 120$.
Para $x = 0$, empieza a llenarse el depósito, y para $x = 120$, es que el depósito se ha vaciado a las 2 horas.
c) *Dominio* = $[0, 120]$
d) Creciente $\rightarrow (0, 60)$
Decreciente $\rightarrow (60, 120)$

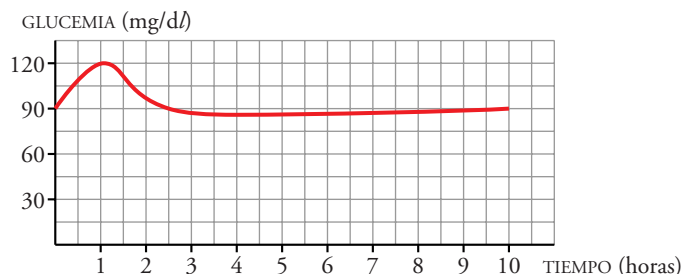
Página 136

Construcción de gráficas

5 Cuando una persona sana toma 50 g de glucosa en ayunas, su glucemia (% de glucosa en la sangre) se eleva desde 90 mg/dl, que es el nivel normal, hasta 120 mg/dl en una hora, aproximadamente. Luego disminuye hasta valores un poco por debajo del nivel normal, en 3 horas, y vuelve a la normalidad al cabo de 5 horas.

- a) Representa la curva de glucemia de una persona sana.
b) Di cuál es su máximo, su mínimo y explica su tendencia.

a)



- b) El máximo es de 120 mg/dl al cabo de 1 h de iniciar la toma. El mínimo está ligeramente por debajo de 90 mg/dl y se alcanza a las 4 h de iniciar la toma. La tendencia de la función es 90 mg/dl (tener la glucemia en un nivel normal).

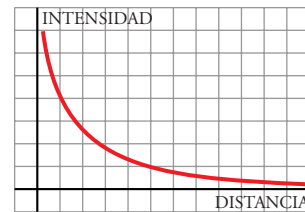
6 La intensidad del sonido de un foco sonoro es menor a medida que nos alejamos de él.

a) Representa la intensidad del sonido en función de la distancia al foco sonoro.

b) ¿Cuál es la tendencia?

a) Una posible gráfica es:

b) La tendencia de la función es cero: la intensidad del sonido es prácticamente nula a medida que nos alejamos del foco.



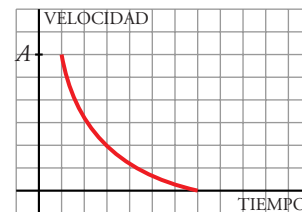
7 Cuando un avión comienza el aterrizaje, disminuye la velocidad mientras desciende hasta que toma tierra. Ya en la pista de aterrizaje, reduce su velocidad mientras rueda hasta que se para.

Dibuja una gráfica aproximada que represente la velocidad del avión durante el tiempo que dura el aterrizaje.

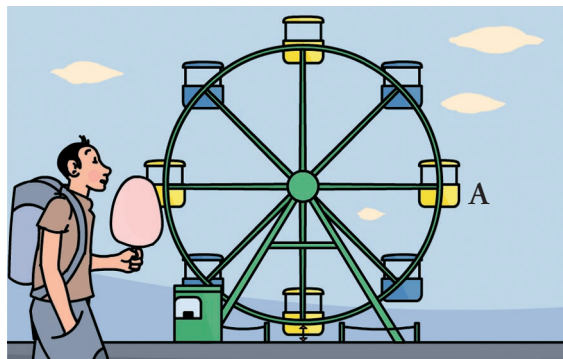
Por ejemplo:

A es la velocidad que tiene el avión en el momento de comenzar la maniobra de aterrizaje.

El punto en el que la gráfica corta al eje X es el momento en que el avión se ha parado.

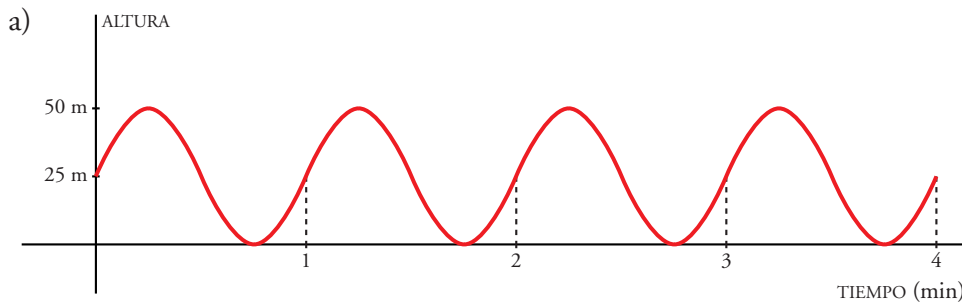


8 La noria de la figura tiene un diámetro de 50 m y da una vuelta cada 60 segundos.



a) Haz una gráfica que muestre cómo varía la altura del cestillo A durante 4 minutos.

b) Describe la gráfica que has dibujado.

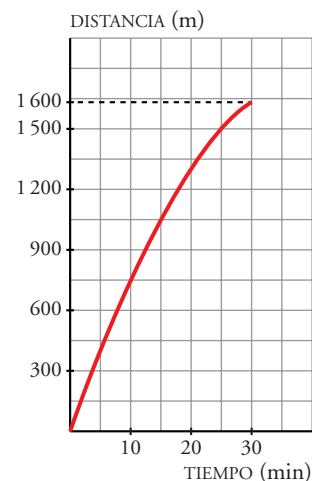
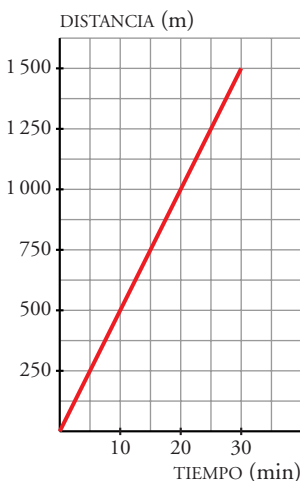
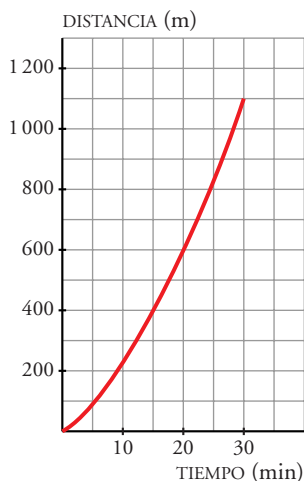


b) El cestillo *A* está a 25 m de altura. Sube y en 15 segundos alcanza los 50 m. Baja y en otros 15 segundos vuelve a estar a 25 m de altura. Sigue bajando hasta llegar al suelo (0 m) en otros 15 segundos, y en 155 más, al subir, alcanza su posición inicial, 25 m. Este proceso se repite 4 veces.

9 Tres deportistas han estado nadando durante media hora. Su entrenador ha medido las distancias recorridas cada 5 minutos y ha obtenido los siguientes datos:

TIEMPO (min)	5	10	15	20	25	30	A
DISTANCIA (m)	95	235	425	650	875	1 100	
TIEMPO (min)	5	10	15	20	25	30	B
DISTANCIA (m)	250	500	750	1 000	1 250	1 500	
TIEMPO (min)	5	10	15	20	25	30	C
DISTANCIA (m)	360	710	1 020	1 300	1 490	1 600	

Dibuja la gráfica que relaciona la distancia y el tiempo de cada nadador y descríbelas.



NADADOR $A \rightarrow$ Es el nadador más lento: recorre 1 100 m en 30 minutos. Es quien más lento sale, y progresivamente aumenta la velocidad durante los 15 primeros minutos. A partir de aquí, y hasta el final, mantiene un ritmo constante, 225 m cada 5 minutos.

NADADOR $B \rightarrow$ Su ritmo es constante, 250 m cada 5 minutos.

NADADOR $C \rightarrow$ Es el que más rápido comienza, pero su velocidad va decreciendo progresivamente hasta finalizar el entrenamiento.

PIENSA Y RESUELVE

10 Determina el dominio de definición:

$$a) y = \frac{1}{5x - 15}$$

$$b) y = \frac{-3}{x^2 + 1}$$

$$c) y = \frac{1}{4x - x^2}$$

$$d) y = \frac{1 - x}{x^2 - x - 6}$$

$$a) \text{Dom } f = \mathbb{R} - \{3\}$$

$$b) \text{Dom } f = \mathbb{R}$$

$$c) \text{Dom } f = \mathbb{R} - \{0, 4\}$$

$$d) x^2 - x - 6 = 0 \rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} \begin{matrix} 3 \\ -2 \end{matrix}$$

$$\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{3, -2\}$$

En todos los casos se han quitado del dominio de la función aquellos valores que anulan el denominador.

11 Determina el dominio de definición:

$$a) y = \sqrt{2x - 7}$$

$$b) y = \sqrt{2 - x}$$

$$c) y = \sqrt{-x}$$

$$d) y = \sqrt[3]{2x}$$

$$a) \text{Dom } f = \left[\frac{7}{2}, +\infty \right)$$

$$b) \text{Dom } f = (-\infty, 2]$$

$$c) \text{Dom } f = (-\infty, 0]$$

$$d) \text{Dom } f = \mathbb{R}$$

12 Comprueba si los pares de valores que figuran en la siguiente tabla corresponden a la función $y = 3x - x^2$ y completa los que faltan:

x	-2	-1	1,5	2	3,5	4	8	10
y	-10		2,25		-1,75			

$$y = 3x - x^2$$

$$\text{Si } x = -2 \rightarrow y = 3 \cdot (-2) - (-2)^2 = -6 - 4 = -10$$

$$\text{Si } x = 1,5 \rightarrow y = 3 \cdot (1,5) - 1,5^2 = 4,5 - 2,25 = 2,25$$

$$\text{Si } x = 3,5 \rightarrow y = 3 \cdot (3,5) - 3,5^2 = 10,5 - 12,25 = -1,75$$

Los pares de valores que figuran en la tabla corresponden a la función $y = 3x - x^2$.

$$\text{Si } x = -1 \rightarrow y = 3 \cdot (-1) - (-1)^2 = -3 - 1 = -4$$

$$\text{Si } x = 2 \rightarrow y = 3 \cdot 2 - 2^2 = 6 - 4 = 2$$

$$\text{Si } x = 4 \rightarrow y = 3 \cdot 4 - 4^2 = 12 - 16 = -4$$

$$\text{Si } x = 8 \rightarrow y = 3 \cdot 8 - 8^2 = 24 - 64 = -40$$

$$\text{Si } x = 10 \rightarrow y = 3 \cdot 10 - 10^2 = 30 - 100 = -70$$

La tabla queda así:

x	-2	-1	1,5	2	3,5	4	8	10
y	-10	-4	2,25	2	-1,75	-4	-40	-70

13 Comprueba si los puntos $A(25; 1)$, $B(4; 1,75)$, $C(102; 2,99)$, $D(-3; 3,2)$ y $E(1,9; 13)$ pertenecen a la gráfica de la función $y = 3 - \frac{1}{x-2}$.

¿Qué valor no podemos dar a x en esa función?

Sustituimos la coordenada x de cada punto en la función $y = 3 - \frac{1}{x-2}$ y comprobamos si se obtiene o no la coordenada y correspondiente.

$$A(25; 1) \rightarrow x = 25; y = 3 - \frac{1}{25-2} = 3 - \frac{1}{23} = \frac{69-1}{23} = \frac{68}{23} \neq 1$$

$$B(4; 1,75) \rightarrow x = 4; y = 3 - \frac{1}{4-2} = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \neq 1,75$$

$$C(102; 2,99) \rightarrow x = 102; y = 3 - \frac{1}{102-2} = 3 - \frac{1}{100} = \frac{299}{100} = 2,99$$

$$D(-3; 3,2) \rightarrow x = -3; y = 3 - \frac{1}{-3-2} = 3 + \frac{1}{5} = \frac{16}{5} = 3,2$$

$$E(1,9; 13) \rightarrow x = 1,9; y = 3 - \frac{1}{1,9-2} = 3 - \frac{1}{-0,1} = 3 + \frac{1}{0,1} = 3 + 10 = 13$$

Pertenecen a la gráfica los puntos C , D y E .

No podemos dar el valor $x = 2$ porque se anula el denominador.

Página 137

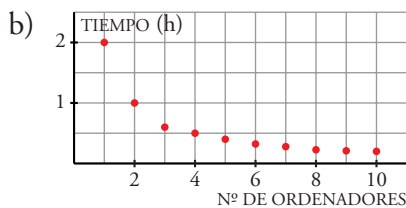
14 Un técnico dispone de 2 horas para la revisión de los ordenadores de una empresa. El tiempo que puede dedicar a cada uno depende del número que haya.

- Haz una tabla de valores que relacione el número de ordenadores (x) con el tiempo dedicado a cada uno.
- Representa esa función. ¿Se pueden unir los puntos?
- ¿Qué tendencia se observa en esa función?

a) $x \rightarrow$ número de ordenadores para revisar.

$y \rightarrow$ tiempo dedicado a revisar cada ordenador (horas)

x	1	2	3	4	5	...	10	...	12
y	2	1	$0,6\bar{6}$	0,5	0,4	...	0,2	...	0,1

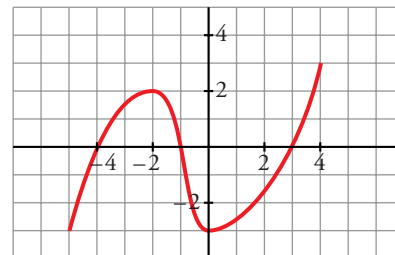


Los puntos no se pueden unir (un ordenador se revisa por completo o no se revisa); el número de ordenadores ha de ser un valor entero positivo.

- A mayor número de ordenadores, menos tiempo para revisar cada uno. La tendencia es que el tiempo dedicado a cada ordenador sea, prácticamente, nulo.

15 Observa la gráfica de la función y responde:

- ¿Cuál es su dominio de definición?
- ¿Tiene máximo y mínimo? En caso afirmativo, ¿cuáles son?
- ¿Cuáles son los puntos de corte con los ejes?



- ¿Para qué valores de x es creciente y para cuáles es decreciente?

a) $Dom f = \mathbb{R}$

b) Máximo $\rightarrow (-2, 2)$

Mínimo $\rightarrow (0, -3)$

c) Puntos de corte:

Con el eje $X \rightarrow (-4, 0), (3, 0), (-1, 0)$

Con el eje $Y \rightarrow (0, -3)$

d) Creciente $\rightarrow (-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$

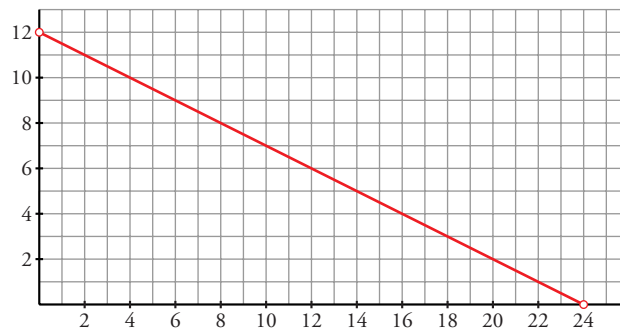
Decreciente $\rightarrow (-2, 0)$

- 16** Haz una tabla de valores que relacione el lado desigual (x) y los lados iguales (y) de un triángulo isósceles de 24 cm de perímetro. ¿Cuál de estas expresiones le corresponde?

$$y = 12 - x; \quad y = \frac{x - 24}{2}; \quad y = \frac{24 - x}{2}$$

x	2	4	6	8	10	12	15	9,5
y	11	10	9	8	7	6	4,5	7,25

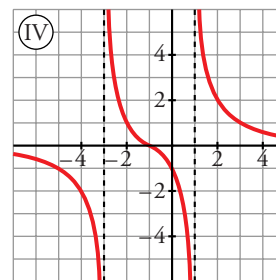
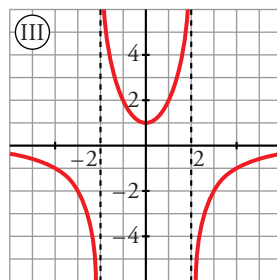
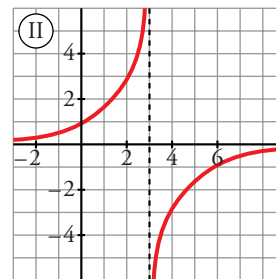
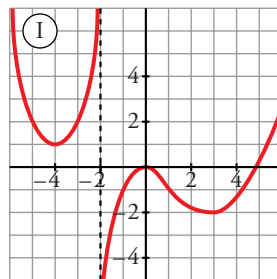
El dominio de definición es $(0, 24)$.



Los puntos sí se pueden unir, ya que la longitud de los lados del triángulo puede tomar valores no enteros, reales.

Le corresponde la expresión $y = \frac{24 - x}{2}$ (pues $2y + x = 24$).

- 17** Observa las cuatro gráficas siguientes:



- a) Di cuáles son sus puntos de discontinuidad. ¿Cuál es su dominio de definición?
- b) ¿En qué intervalos son crecientes y en cuáles son decrecientes?

- a) I $Dom f = \mathbb{R} - \{-2\}$
Discontinuidad: $x = -2$
- II $Dom f = \mathbb{R} - \{3\}$
Discontinuidad: $x = 3$
- III $Dom f = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$
Discontinuidades: $x = -2, x = 2$
- IV $Dom f = \mathbb{R} - \{-3, 1\}$
Discontinuidades: $x = -3, x = 1$
- b) I Máximo: $(0, 0)$
Mínimo: $(-4, 1), (3, -2)$
- II No tiene máximo ni mínimo.
- III Mínimo: $(0, 1)$
- IV No tiene máximo ni mínimo.
- c) I Creciente: $(-4, -2) \cup (-2, 0) \cup (3, +\infty)$
Decreciente: $(-\infty, -4) \cup (0, 3)$
- II Creciente: $(-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$
- III Creciente: $(0, 2) \cup (2, +\infty)$
Decreciente: $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$
- IV Decreciente: $(-\infty, -3) \cup (-3, 1) \cup (1, +\infty)$