

Página 233

PRACTICA

1 Para cada uno de los siguientes casos:

- Di si se trata de una distribución bidimensional.
 - Indica cuáles son las dos variables que se relacionan.
 - Indica si se trata de una relación funcional o de una relación estadística.
- a) Familias: Estatura media de los padres – Estatura media de los hijos mayores de 17 años.
 - b) Tamaño de la vivienda – Gasto en calefacción.
 - c) Número de personas que viven en una casa – Litros de agua consumidos en un mes.
 - d) Metros cúbicos de gas consumidos en una casa – Coste del recibo del gas.
 - e) Longitud de un palmo de un alumno de cuarto curso de ESO – Número de calzado que usa.
 - f) Número de médicos por cada mil habitantes – Índice de mortalidad infantil.
 - g) Velocidad con que se lanza una pelota hacia arriba – Altura que alcanza.

	DIS. BIDIMENS.	VARIABLES	TIPO DE RELACIÓN
a)	Sí	Estatura media de padres. Estatura media de hijos mayores de 17 años.	Estadística
b)	Sí	Tamaño vivienda. Gasto en calefacción.	Estadística
c)	Sí	Número de personas en una casa. Litros de agua consumidos en un mes.	Estadística
d)	Sí	m ³ de gas consumidos en una casa. Coste del recibo del gas.	Funcional
e)	Sí	Longitud de un palmo de la mano. Número de calzado.	Estadística
f)	Sí	Número de médicos por 1 000 habitantes. Índice de mortalidad infantil.	Estadística
g)	Sí	Velocidad de una pelota lanzada hacia arriba. Altura que alcanza.	Funcional

2 En cada uno de los apartados del ejercicio anterior, estima si la correlación será positiva o negativa.

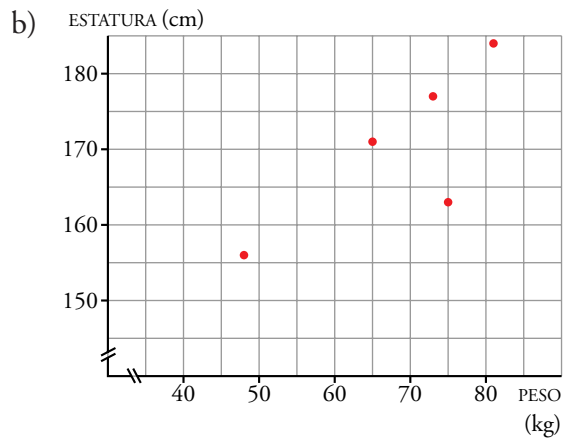
- a) $r > 0$ b) $r > 0$ c) $r > 0$ d) $r > 0$
 e) $r > 0$ f) $r < 0$ g) $r > 0$

3 Estos son los resultados que hemos obtenido al tallar y pesar a varias personas:

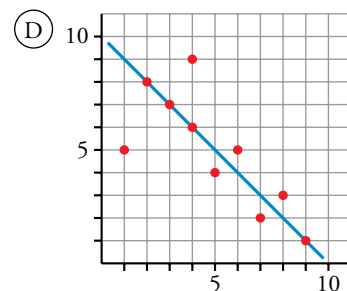
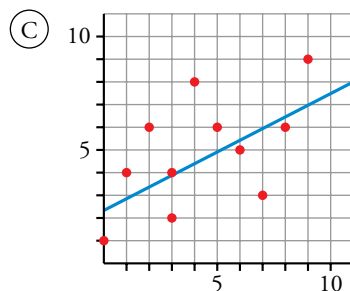
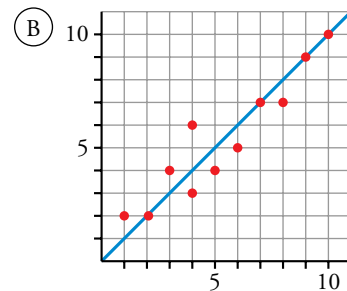
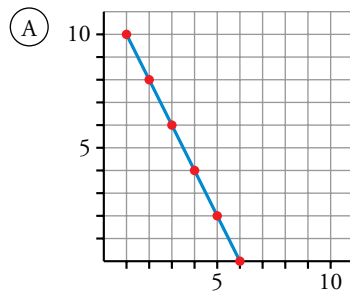
ESTATURA (cm)	156	163	171	177	184
PESO (kg)	48	75	65	73	81

- a) ¿Es una distribución bidimensional? ¿Cuáles son las variables que se relacionan? ¿Cuáles son los individuos?
 b) Representa la nube de puntos.
 c) ¿Es una relación estadística o funcional?

- a) Sí.
 Las variables son: estatura, en centímetros, y peso, en kilos.
 Los individuos son las personas talladas y pesadas.
 c) Es una relación estadística.



4 a) Traza, a ojo, la recta de regresión en cada una de las distribuciones bidimensionales siguientes:



- b) ¿Cuáles de ellas tienen correlación positiva y cuáles tienen correlación negativa?
- c) Una de ellas presenta relación funcional. ¿Cuál es?
¿Cuál es la expresión analítica de la función que relaciona las dos variables?
- d) Ordena de menor a mayor las correlaciones de las cuatro: en primer lugar la que presenta correlación más débil y, en último lugar, la de correlación más fuerte.

b) Correlación positiva: B y C.

Correlación negativa: A y D.

c) A presenta relación funcional.

$$y = -2x + 12$$

d) $|r_C| < |r_D| < |r_B| < |r_A|$

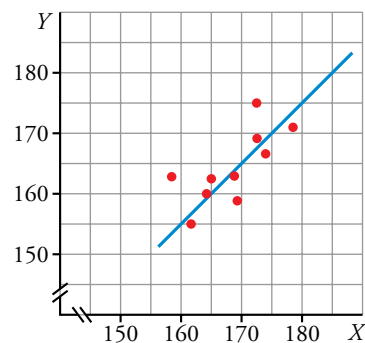
5 Las estaturas de 10 chicas y las de sus respectivas madres son:

x_i	158	162	164	165	168	169	172	172	174	178
y_i	163	155	160	161	164	158	175	169	166	172

Representa los valores, sobre papel cuadrículado, mediante una nube de puntos.

Traza a ojo la recta de regresión y di si la correlación es positiva o negativa y más o menos fuerte de lo que esperabas.

La correlación es positiva y fuerte.

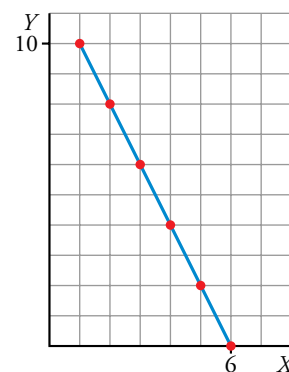


Página 234

6 Representa la nube de puntos correspondiente a esta distribución y di cuánto vale el coeficiente de correlación.

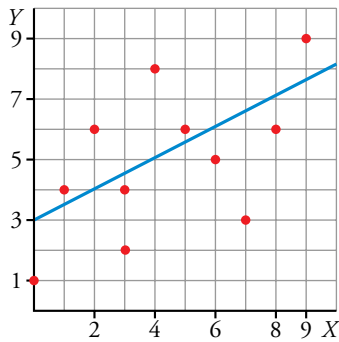
x	1	2	3	4	5	6
y	10	8	6	4	2	0

El coeficiente de correlación vale -1 .



7 Representa la nube de puntos de esta distribución y estima cuál de estos tres puede ser el coeficiente de correlación:

- a) $r = 0,98$ b) $r = -0,87$ c) $r = 0,5$
 c) $r = 0,57$



x	0	1	2	3	3	4	5	6	7	8	9
y	1	4	6	2	4	8	6	5	3	6	9

PIENSA Y RESUELVE

8 Se ha hecho un estudio para ver los efectos que producen ciertas sustancias A, B y C en el peso de los ratones.

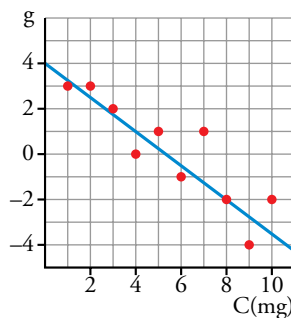
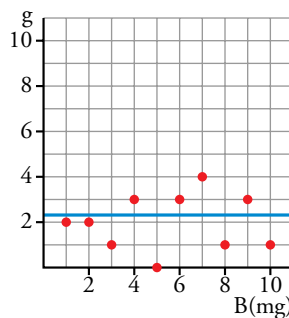
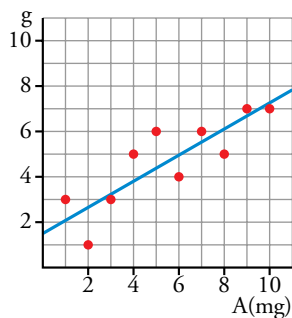
Los datos obtenidos vienen dados en las tablas siguientes:

mg DIARIOS DE UNA SUSTANCIA A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
aumento de peso (g) EN UN MES	3	1	3	5	6	4	6	5	7	7

mg DIARIOS DE UNA SUSTANCIA B	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
aumento de peso (g) EN UN MES	2	2	1	3	0	3	4	1	3	1

mg DIARIOS DE UNA SUSTANCIA C	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
aumento de peso (g) EN UN MES	3	3	2	0	1	-1	1	-2	-4	-2

- a) Representa la nube de puntos de cada distribución.
 b) Indica si la correlación es positiva o negativa en cada una de ellas.
 c) Ordena las correlaciones de menor a mayor (de menos a más fuerte).



- b) $r > 0$, r prácticamente nula, $r < 0$, respectivamente.
 c) $r_C < r_B < r_A$, $|r_B| < |r_A| < |r_C|$

- 9 Para realizar unos estudios sobre energía solar se ha medido la temperatura máxima y el número de horas de sol durante una semana, obteniéndose los siguientes resultados:

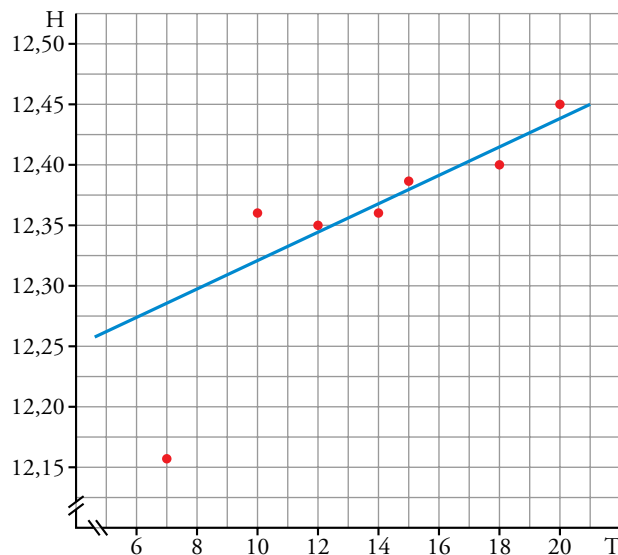
	TEMPERATURA (°C)	Nº DE HORAS DE SOL
LUNES	12	12,35
MARTES	14	12,36
MIÉRCOLES	7	12,16
JUEVES	10	12,36
VIERNES	15	12,38
SÁBADO	20	12,45
DOMINGO	18	12,40

- a) Traza a ojo la recta de regresión de la temperatura en función del número de horas de sol.
- b) El lunes siguiente a la realización de la experiencia se rompió el medidor del número de horas de sol.

¿Podemos estimar este número a partir de la recta obtenida en el apartado anterior?

Justifica la respuesta y haz esta estimación si sabemos que la temperatura máxima fue de 19 grados centígrados.

a)



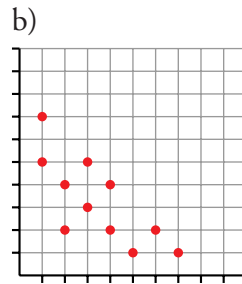
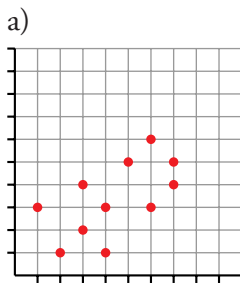
- b) Se puede hacer una estimación, pero con un cierto margen de error. Cometeremos más error en temperaturas bajas que en altas.

Si $T = 19$ °C, el número de horas de sol se puede aproximar entre 12,40 y 12,45 horas de sol.

Página 235

10 (ESTÁ RESUELTO EN EL LIBRO).

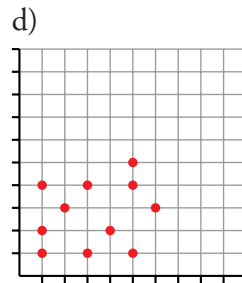
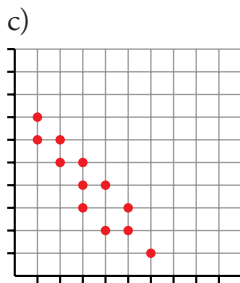
11 Observa estas cuatro distribuciones bidimensionales:



Los coeficientes de correlación de estas distribuciones son, no respectivamente:

0,2 -0,9 -0,7 0,6

Asigna a cada gráfica el suyo.



a) $r = 0,6$

b) $r = -0,7$

c) $r = -0,9$

d) $r = 0,2$

Página 236

12 Los coeficientes de correlación de las distribuciones bidimensionales que aparecen a continuación son, en valor absoluto, los siguientes:

0,55 0,75 0,87 0,96

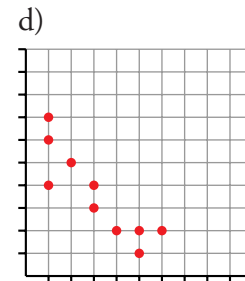
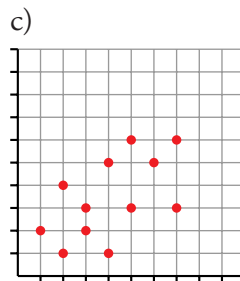
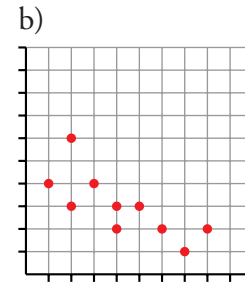
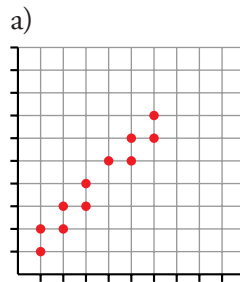
Asigna a cada uno el suyo, cambiando el signo cuando proceda:

a) $r = 0,96$

b) $r = -0,75$

c) $r = 0,55$

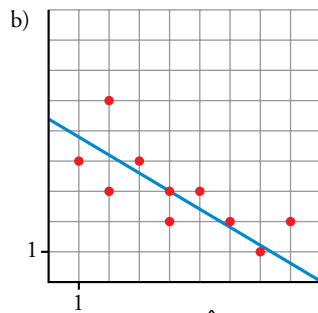
d) $r = -0,87$



13 Traza la recta de regresión de las distribuciones b) y c) del ejercicio anterior.

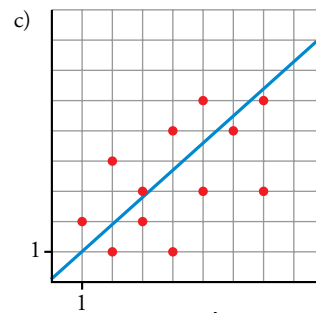
Estima, en cada una de ellas, los valores que corresponden a $x = 0$ y a $x = 11$.

¿En cuál de las dos son más fiables las estimaciones realizadas?



$$x = 0 \rightarrow \hat{y} = 5,5$$

$$x = 11 \rightarrow \hat{y} = -1,1$$



$$x = 0 \rightarrow \hat{y} = 0$$

$$x = 11 \rightarrow \hat{y} = 10$$

Es más fiable la estimación de b) que la de c), ya que la correlación es más fuerte en b).

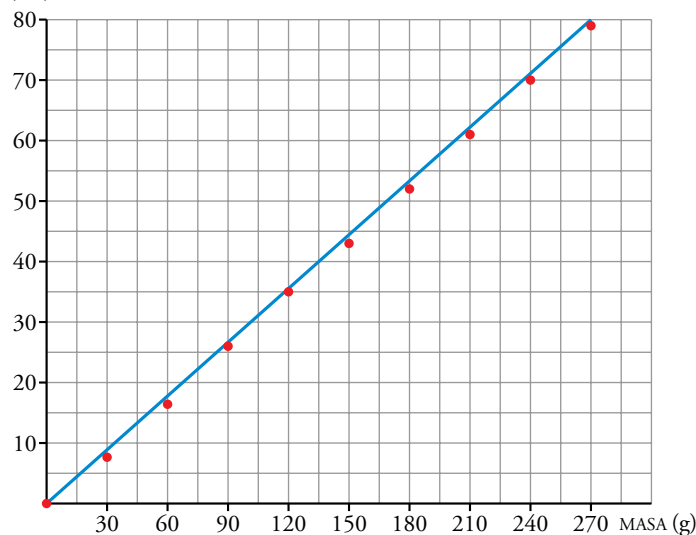
14 De un muelle colgamos pesas.

La siguiente tabla nos da los pesos colgados y los correspondientes alargamientos del muelle:

MASA (g)	ALARGAMIENTO (cm)
0	0
30	9
60	17
90	26
120	35
150	43
180	52
210	61
240	70
270	79

- Representa los puntos y traza la recta de regresión ($r = 0,999$).
- Estima el alargamiento esperado para masas de 40 g, 100 g, 250 g y 350 g.
- Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos (0, 0) y (240, 70). Compara esta recta con la que has trazado en el apartado a) y calcula con ella los alargamientos que has estimado en b).

a) ALARGAMIENTO (cm)



b) Si $m = 40$ g \rightarrow alargamiento ≈ 12 cm

Si $m = 100$ g \rightarrow alargamiento ≈ 30 cm

Si $m = 250$ g \rightarrow alargamiento ≈ 72 cm

Si $m = 350$ g \rightarrow alargamiento ≈ 100 cm

c) Recta que pasa por los puntos $(0, 0)$ y $(240, 70)$:

$$\frac{x}{240} = \frac{y}{70} \rightarrow 7x = 24y \rightarrow 7x - 24y = 0$$

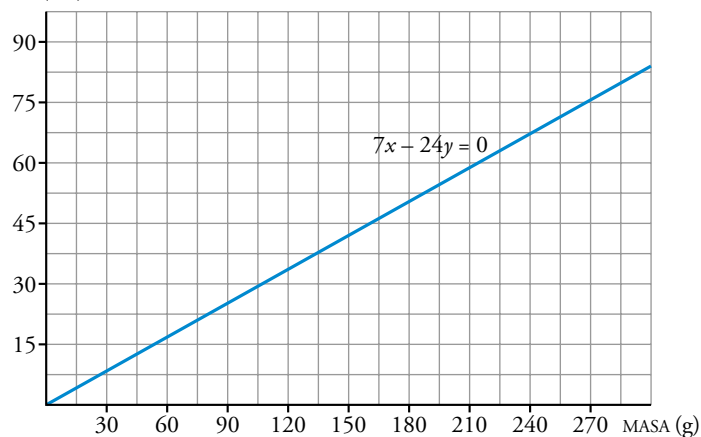
Con esta recta: si $m = 40$ g \rightarrow alargamiento = 11,67 cm

si $m = 100$ g \rightarrow alargamiento = 29,16 cm

si $m = 250$ g \rightarrow alargamiento = 72,92 cm

si $m = 350$ g \rightarrow alargamiento = 102,08 cm

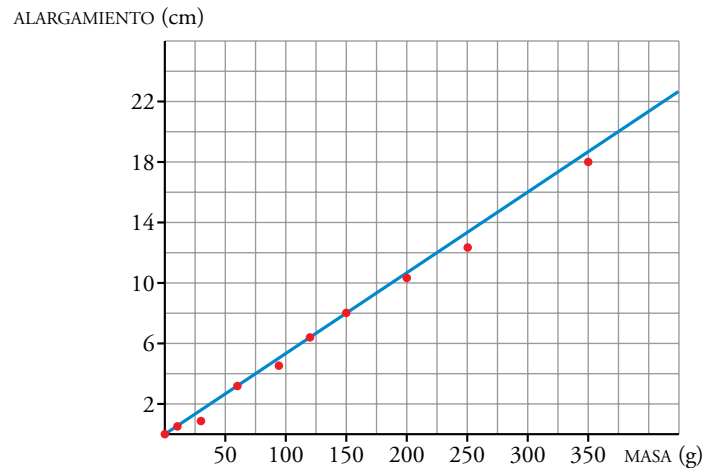
ALARGAMIENTO (cm)



15 Para otro muelle, se obtiene la siguiente tabla:

MASA (g)	ALARGAMIENTO (cm)
0	0
10	0,5
30	1
60	3
90	5
120	6,5
150	8
200	10,2
250	12,5
350	18

Representa los puntos, traza la recta de regresión y estima algunos valores que no estén en la tabla.



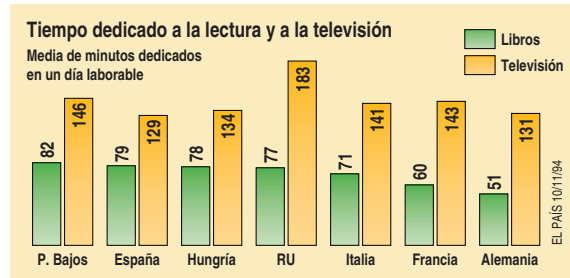
Por ejemplo: si $m = 100 \rightarrow$ alargamiento ≈ 5 cm

si $m = 175 \rightarrow$ alargamiento ≈ 9 cm

si $m = 300 \rightarrow$ alargamiento ≈ 16 cm

Página 237

16 En una encuesta realizada en 7 países europeos, se obtuvieron los datos de este gráfico:

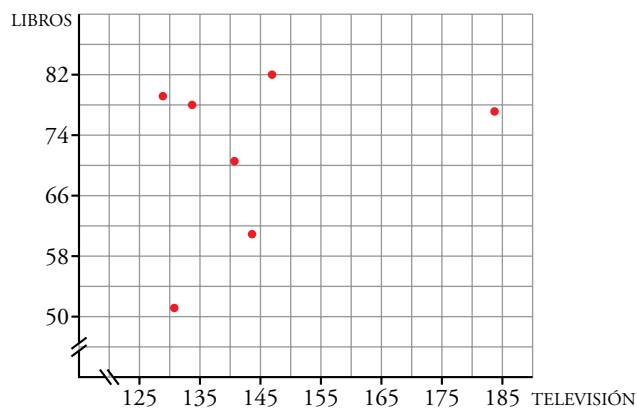


a) ¿Cómo crees que será la correlación entre los tiempos dedicados a la lectura y a la televisión?

b) Haz la nube de puntos correspondiente a estas dos variables y contrasta lo que observas en ella con tu respuesta del apartado a).

a) La correlación será bastante débil y negativa, ya que a más tiempo dedicado a la televisión, menos tiempo dedicado a la lectura.

b) La nube de puntos correspondiente a estos datos nos muestra que la correlación es casi nula.



17 La correlación entre las temperaturas medias mensuales de una ciudad española y el tiempo que sus habitantes dedican a ver la televisión, es de $-0,89$.

¿Te parece razonable este valor? Explica su significado. ¿Será positiva o negativa la correlación entre la lluvia caída mensualmente en La Coruña y el consumo televisivo de sus habitantes?

- a) Es razonable que sea negativa y fuerte. Se ve más televisión en invierno que en verano. A medida que aumenta la temperatura media, disminuye el tiempo dedicado a la televisión.
- b) La correlación entre la lluvia y el consumo televisivo será positiva y fuerte. Cuanto más llueve, más televisión se ve.

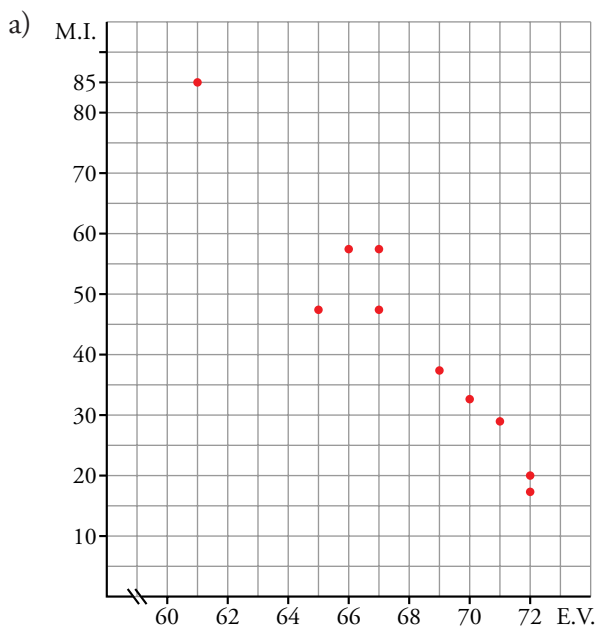
18 Observa la siguiente tabla sobre los países suramericanos:

	ESPERANZA DE VIDA (1990-95)	MORTALIDAD INFANTIL POR 1000 (1990-95)
ARGENTINA	71	29
BOLIVIA	61	85
BRASIL	66	57
COLOMBIA	69	37
CHILE	72	17
ECUADOR	67	57
PARAGUAY	67	47
PERÚ	65	47
URUGUAY	72	20
VENEZUELA	70	33

a) Representa la nube de puntos y di si la correlación que observas es positiva o negativa, fuerte o débil.

b) ¿Cuál de los siguientes valores será el coeficiente de correlación?:

0,8; $-0,5$; $-0,97$;
 $-0,75$; $0,95$



b) $r = -0,97$

Observamos que la correlación es negativa y fuerte.

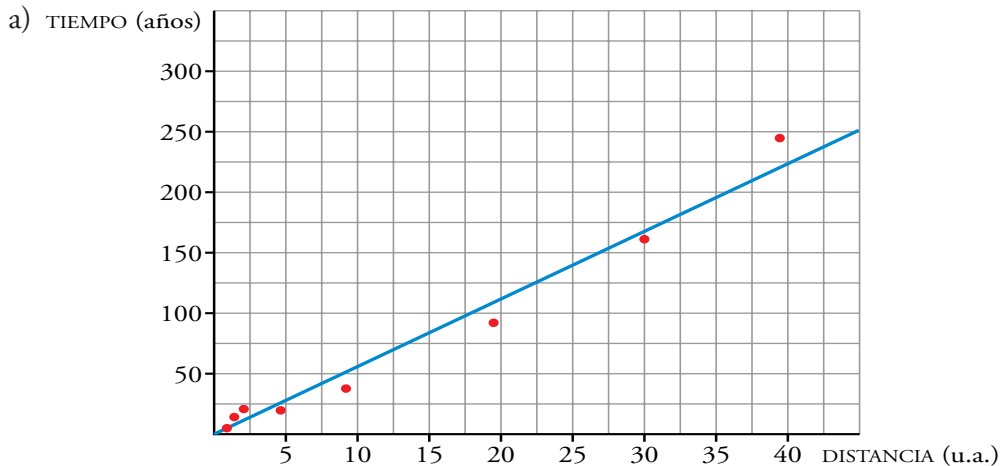
PROFUNDIZA

19 Las distancias medias de los planetas al Sol y los tiempos que tardan en dar una vuelta completa alrededor del mismo, son:

Se han tomado como unidades la distancia entre la Tierra y el Sol, a lo que se llama unidad astronómica (u.a.), 1 u.a. = 150 millones de kilómetros; y el tiempo que tarda la Tierra en dar la vuelta al Sol (1 año).

	DISTANCIA	TIEMPO
MERCURIO	0,39	0,24
VENUS	0,72	0,61
TIERRA	1	1
MARTE	1,52	1,88
JÚPITER	5,2	11,88
SATURNO	9,54	29,48
URANO	19,19	84,1
NEPTUNO	30,07	164,93
PLUTÓN	39,52	248,7

- a) Representa la nube de puntos y estima el coeficiente de correlación.
- b) Si existiera un planeta cuya distancia al Sol fuera 3,5 u.a., ¿cuál sería su tiempo de revolución? ¿Podríamos estar seguros de esta estimación?



$r \approx 0,9$

- b) Si la distancia es de 3,5 u.a., el tiempo de revolución será de 5,5 años, aproximadamente.

20 Investiga. Elabora una tabla con los cubos de las distancias (d^3) de los planetas al Sol y los cuadrados de los tiempos (t^2) y estudia la correlación entre ambos valores.

Es una relación funcional? (Busca en un libro de Física la tercera ley de Kepler.)

Calcula el periodo de un planeta cuya distancia al Sol fuera 3,5 u.a.

	d^3	t^2
Mercurio	0,059	0,058
Venus	0,37	0,372
Tierra	1	1
Marte	3,51	3,534
Júpiter	140,6	141,13
Saturno	868,25	869,07
Urano	7 066,83	7 072,81
Neptuno	27 189,44	27 201,9
Plutón	61 723,54	61 851,69

Estos valores corresponden a una relación funcional ($r \approx 1$), cuya expresión es la tercera ley de Kepler:

“El cociente entre la distancia media de un planeta al Sol elevada al cubo y su periodo de revolución elevado al cuadrado es constante.”

$$\frac{R^3}{T^2} = \text{cte}$$

Si $d = 3,5$ u.a., entonces $3,5^3 \approx t^2 \rightarrow t = \sqrt{3,5^3} = 6,54$

Luego el periodo es $t \approx 6,54$ años.