FÍSICA Y QUÍMICA 1º BACHILLERATO. EXAMEN TEMA 7. CINEMÁTICA. SOLUCIÓN 15 -4-04

1. a) De un movimiento se sabe: $a_n = 0$, a_t = cte. Razonar convenientemente de qué tipo de movimiento se trata y cómo será su trayectoria.

Razonamos el tipo de movimiento atendiendo a las características de su aceleración.

$a_n = 0$ La aceleración normal indica cómo varía la dirección del vector velocidad, es decir, cómo varía la dirección del movimiento. Es una aceleración perpendicular a $\vec{v}$, y mantiene constante la rapidez. Si es cero, significa que la dirección de $\vec{v}$ se mantiene constante. Será, pues, un movimiento rectilíneo.

a_t = cte La aceleración tangencial indica cómo cambia la rapidez, el módulo del vector velocidad. Es una aceleración paralela a $\vec{v}$ en cada punto de la trayectoria, por lo que no modifica la dirección del movimiento. Si tiene valor constante ($\neq 0$), quiere decir que la rapidez cambia a ritmo constante, por lo que será un movimiento uniformemente acelerado.

En total, se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA).

b) Un movimiento viene dado por la ecuación r = (3t²-1) i + (2t + 4) j (m).
Calcular la posición inicial, así como el vector desplazamiento y la velocidad media desde el inicio del movimiento hasta pasados 5 s.

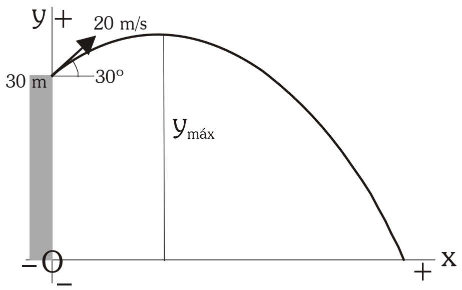
La ecuación de movimiento nos indica la posición del móvil en cada instante, y nos proporciona toda la información sobre el movimiento.

- Posición inicial: posición para t = 0 s. $\vec{r}_0 = \vec{r}(t = 0\ s) = -\vec{i} + 4\vec{j} \quad m$
- Vector desplazamiento entre t = 0 s y t = 5 s.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(5) - \vec{r}(0) = (74\vec{i} + 14\vec{j}) - (-\vec{i} + 4\vec{j}) = 75\vec{i} + 10\vec{j} \quad m$$

- Velocidad media t = 0 s y t = 5 s: $\vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{75\vec{i} + 10\vec{j} \quad m}{5 \quad s} = 15\vec{i} + 2\vec{j} \quad m/s$

2. Desde un acantilado de 30 m de altura sobre el mar, lanzamos una piedra hacia el agua. La piedra sale con una velocidad de 20 m/s, formando un ángulo de 30º con la horizontal. Calcular:
a) Altura máxima, medida desde el nivel del agua, que alcanza la piedra.
b) Velocidad de la piedra en el instante de caer al agua, y ángulo que forma la velocidad con la vertical.
(nota: considerar g = 10 m/s²)



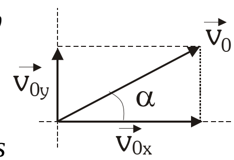
Esquema del problema, sistema de referencia y criterio de signos, datos iniciales.

$\vec{r}_0 = 30\vec{j}\ m \qquad \vec{a} = -10\vec{j}\ m/s^2$ Descomponemos $\vec{v}_0$

$v_{0x} = v_0 \cdot cos 30º = 17{,}32\ m/s$

$v_{0y} = v_0 \cdot sen 30º = 10\ m/s$

ambas componentes son positivas. $\vec{v}_0 = 17{,}32\vec{i} + 10\vec{j} \quad m/s$



Se trata de un movimiento uniformemente acelerado, sometido únicamente a la acción de la gravedad. Su trayectoria será parabólica, ya que la velocidad inicial y la aceleración no son paralelas.

Este movimiento puede considerarse una composición de dos. Uno uniforme en dirección horizontal, y uno uniformemente acelerado (de subida y bajada) en dirección vertical.

Ecuaciones del movimiento. Posición y velocidad:

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \tfrac{1}{2} \cdot \vec{a} \cdot t^2 = 30\vec{j} + 17{,}32t\,\vec{i} + 10t\,\vec{j} - 5t^2\,\vec{j} = (17{,}32t)\,\vec{i} + (30 + 10t - 5t^2)\,\vec{j}\ m \rightarrow \begin{cases} x = 17{,}32 \cdot t\ m \\ y = 30 + 10t - 5t^2\ m \end{cases}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} \cdot t = 17{,}32\vec{i} + 10\,\vec{j} - 10 \cdot t\,\vec{j}\ m/s \quad \rightarrow \begin{cases} v_x = 17{,}32 \quad m/s \\ v_y = 10 - 10 \cdot t \quad m/s \end{cases}$$

a) La altura máxima la alcanza el móvil cuando deja de subir en su movimiento vertical, esto es, cuando v_y = 0 m/s.

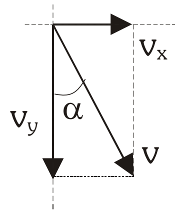
$v_y = 10 - 10 \cdot t = 0\ m/s \quad \rightarrow \quad t = 1\ s$ tarda 1 segundo en alcanzar la altura máxima.

Sustituimos en la altura: $y = 30 - 5 \cdot t^2 = 25\ m$ medidos desde el nivel del mar.

b) Cuando llega al mar, sabemos que su altura es 0. $y = 30 + 10t - 5t^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} t = -1{,}65\ s \\ t = 3{,}65\ s \end{cases}$ sólo tiene sentido la solución positiva

Sustituimos el valor obtenido en la ecuación de la velocidad. $\vec{v} = 17{,}32\vec{i} - 26{,}5\vec{j}\ m/s \rightarrow \begin{cases} v_x = 17{,}32 \quad m/s \\ v_y = -26{,}5 \quad m/s \end{cases}$

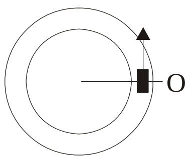
En módulo $v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^{\ 2} + v_y^{\ 2}} = 31{,}66\ m/s$



El ángulo α que forma con la vertical lo calculamos teniendo en cuenta que

$$tg\alpha = \frac{v_x}{v_y} = -0{,}654 \quad \rightarrow \quad \alpha = arctg(-0{,}654) = -33{,}18^o \qquad \text{en valor absoluto } \alpha = 33{,}18^o$$

3. Un coche da vueltas alrededor de una plaza circular de 15 m de radio, a una velocidad de 36 km/h. Calcular la frecuencia del movimiento, su ecuación de movimiento, y el ángulo que recorre en 12 s.



Vemos que se trata de un movimiento circular uniforme, ya que la trayectoria es una circunferencia y el módulo de la velocidad lineal se mantiene constante.

Datos: R = 15 m; v = 36 km/h = 10 m/s.
Calculamos la velocidad angular ω (velocidad de giro) teniendo en cuenta que

$$v = \omega \cdot R \quad \rightarrow \quad \omega = \frac{v}{R} = 0{,}667\ rad/s$$

La <u>frecuencia</u> υ (nº de vueltas por cada unidad de tiempo) la obtenemos a partir de ω $\quad \upsilon = \frac{\omega}{2\pi} = 0{,}106\ Hz$

<u>Ecuación del movimiento:</u> $\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot (t - t_0)$

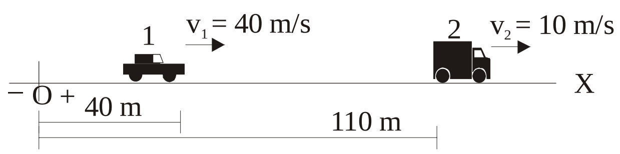
Suponemos que el automóvil parte del punto de referencia en el instante inicial, así que $\varphi_0 = 0\ rad \quad ; \quad t_0 = 0\ s$

Así: $\varphi = \varphi_0 + \omega \cdot (t - t_0) = 0 + 0{,}667 \cdot (t - 0) = 0{,}667 \cdot t \quad rad \qquad \varphi = 0{,}667 \cdot t \quad rad$

<u>Ángulo recorrido en t = 12 s.</u> Calculamos el desplazamiento angular $\Delta\varphi = \varphi(12) - \varphi(0) = 0{,}667 \cdot 12 - 0 = 8{,}004 \quad rad$

4. Un coche circula a 144 km/h por una autovía con niebla densa. La visibilidad es nula más allá de 100 m. De pronto, el conductor ve que por delante hay un atasco en el que los vehículos circulan a 36 km/h (velocidad constante). Tarda 1 s en accionar el freno (tiempo de reacción). La aceleración de frenado del coche es de 6 m/s^2. Razonar, indicando los cálculos necesarios, si se evita la colisión o no.

Nos encontramos ante dos móviles. El primero con movimiento uniformemente acelerado (frenado) y el segundo con movimiento uniforme. La niebla hace que, cuando el conductor del primer vehículo vea las luces del segundo, se encuentren a 100 m de distancia. Teniendo en cuenta que el primer vehículo tarda 1 s en comenzar a frenar, plantearemos el problema a partir de ese momento. Durante el tiempo de reacción el primer coche recorre 40 m y el segundo 10 m, suponiendo movimientos uniformes. Así, la situación cuando comienza a frenar es la que nos plantea el esquema:



Ecuaciones del movimiento:

1: MRUA $\quad \vec{r}_1 = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \vec{a} \cdot t^2 = 40\vec{i} + 40 \cdot t\,\vec{i} - 3 \cdot t^2\,\vec{i}\ m \quad \rightarrow \quad x_1 = 40 + 40 \cdot t - 3 \cdot t^2 \quad m$

2: MRU $\quad \vec{r}_2 = \vec{r}_0 + \vec{v} \cdot t = 110\vec{i} + 10 \cdot t\,\vec{i}\ m \quad \rightarrow \quad x_2 = 110 + 10 \cdot t \quad m$

Nos plantean la colisión de los dos coches. Esto ocurrirá cuando $x_1 = x_2$ (ambos se encuentran en la misma posición). Igualamos ambas expresiones, y si la ecuación planteada tiene solución positiva, la colisión se produce al cabo del tiempo que hayamos obtenido. Si no tiene solución real (obtenemos la raíz cuadrada de un número negativo), es que no llegan a chocar.

$$x_1 = x_2 \quad \rightarrow \quad 40 + 40 \cdot t - 3 \cdot t^2 = 110 + 10 \cdot t \quad \rightarrow \quad -70 + 30 \cdot t - 3 \cdot t^2 = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} t = 3{,}71\ s \\ t = 6{,}29\ s \end{cases}$$

Obtenemos una solución real positiva, por lo que chocan al cabo de 3,71 s. de comenzar a frenar (4,71 s desde que el conductor del primer vehículo ve al segundo). La siguiente solución carece ya de sentido físico.

Conclusión práctica: como vemos, es una temeridad (una locura, podemos decir) conducir a tanta velocidad por una carretera con niebla.