TEMA 1: DINÁMICA DE LA PARTÍCULA (II)

1.1 MOMENTO ANGULAR. MOMENTO DE UNA FUERZA. NOCIONES DE ESTÁTICA.

Momento angular de una partícula respecto a un punto. ($\vec{L}_O$):

Hasta ahora, para estudiar el movimiento de una partícula, hacíamos uso de las leyes de Newton. Estas leyes dan información sobre desplazamientos (permiten calcular aceleración, velocidad, trayectoria...) pero pierden utilidad cuando se trata de estudiar un cuerpo que gira, que da vueltas. Para estudiar las rotaciones usaremos una magnitud llamada momento angular (o momento cinético) respecto a un punto.

El momento angular de una partícula respecto a un punto O se define como $\vec{L}_O = \vec{r} \wedge \vec{p} = \vec{r} \wedge m \cdot \vec{v}$

Módulo: $L_O = r \cdot m \cdot v \cdot sen\alpha$ Unidades: $[L_O] = kg \cdot m^2 \cdot s^{-1}$

Dirección: Perpendicular a $\vec{r}$ y a $\vec{p}$. Indica el eje respecto al que gira el vector de posición.

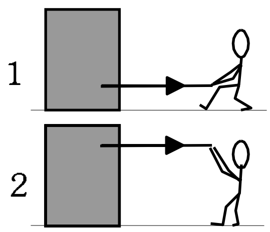
Sentido: Dado por la regla de la mano derecha al girar $\vec{r}$ sobre $\vec{p}$. Nos indica el sentido en el que gira el vector de posición respecto al punto O.

Punto de aplicación: el punto O.

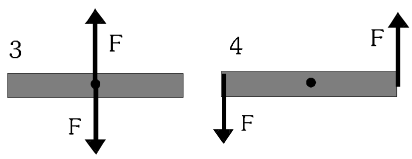
Momento de una fuerza respecto a un punto. ($\vec{M}_O$):

En el estudio que se ha hecho sobre las fuerzas en cursos anteriores, se consideraba a los cuerpos como partículas, es decir, como puntos. Todas las fuerzas que actuaban sobre la partícula se aplicaban en el mismo punto.

A partir de ahora vamos a tener en cuenta una situación más real. Los cuerpos tienen un tamaño y una forma determinada, y el punto en el que esté aplicada la fuerza tendrá mucha importancia. La misma fuerza puede producir diferentes efectos según sobre qué punto actúe. En el ejemplo de la figura, la persona tira de la caja aplicando la misma fuerza en los dos casos, pero en el primer caso la arrastrará, mientras que en el segundo caso es muy probable que la caja gire y vuelque.

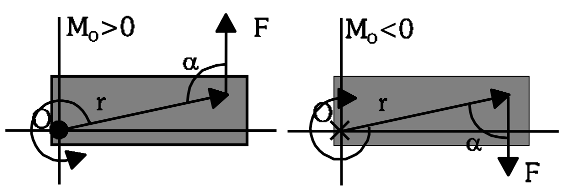


Veamos otro caso. Sobre la tabla de las figuras 3 y 4 actúan dos fuerzas iguales y de sentido contrario. Según la primera ley de Newton, como $\Sigma\vec{F} = 0$, las tablas no deberían desplazarse. Y eso ocurre, pero en la segunda tabla (4) sí se observa un movimiento: la tabla gira, aunque su centro se mantenga en el mismo sitio.



De los ejemplos anteriores vemos que **las fuerzas pueden producir** no sólo desplazamientos, sino también **giros de los cuerpos**. Y la intensidad de este giro dependerá del valor de la fuerza y del punto donde ésta esté aplicada.

Para estudiar la tendencia a girar que tendrá un cuerpo que sufre fuerzas, se define una magnitud física nueva, llamada **momento de la fuerza respecto a un punto**. ($\vec{M}_O$). Es una magnitud vectorial, dada por la expresión:



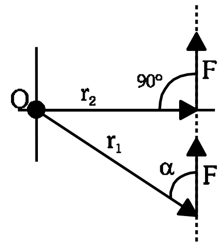
$$\vec{M}_O = \vec{r} \wedge \vec{F}$$

Módulo: $M_O = r \cdot F \cdot sen\alpha$

Dirección: Perpendicular a r y F. Marca el eje respecto al que tiende a girar.

Sentido: Regla de la mano derecha.

Una propiedad muy útil del momento de una fuerza, es que su valor es el mismo si deslizamos la fuerza a lo largo de su recta soporte. Por ejemplo, en la figura, las dos fuerzas, de igual módulo y con la misma recta soporte, ejercen el mismo momento respecto a O.



Cuestión: ¿Por qué ejercen el mismo momento?

Esta propiedad puede usarse en los cálculos, trasladando la fuerza hasta el punto en el que nos sea más cómodo calcular su $\vec{M}_O$

Relación entre $\vec{L}_O$ y $\vec{M}_O$: Conservación del momento angular de una partícula:

Hemos visto que el momento angular $\vec{L}_O$ de una partícula se calcula con la expresión $\vec{L}_O = \vec{r} \wedge m \cdot \vec{v}$, e indicaba cómo giraba (hacia dónde y con qué intensidad) el vector de posición de la partícula respecto a O.

Vamos a estudiar qué factores pueden influir en que ese giro cambie (ya sea para ir más rápido, más lento, o girar respecto a otro eje). Para ello debemos estudiar su derivada:

$$\frac{d\vec{L}_O}{dt} = \frac{d(\vec{r} \wedge m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} \wedge m\vec{v} + \vec{r} \wedge m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{r} \wedge \sum \vec{F} = \sum \vec{M}_O \quad \rightarrow \quad \frac{d\vec{L}_O}{dt} = \sum \vec{M}_O$$

Es decir: "*El momento angular de una partícula respecto a un punto varía debido a la acción de los momentos (respecto al mismo punto) de las fuerzas aplicadas sobre la partícula*"

Podemos extraer también el Principio de conservación del momento angular: "*El momento angular de una partícula (su movimiento de giro) se mantendrá constante si y sólo si el momento total resultante sobre la partícula es cero*"

Esto ocurre en las siguientes situaciones:

- Que no haya fuerzas aplicadas
- Que haya fuerzas pero que sus momentos se anulen.
- Que las fuerzas estén aplicadas sobre el punto O ($\vec{r} = 0$)
- Que $\vec{r}$ y $\vec{F}$ sean paralelos. Esto es lo que ocurre en el caso de las *fuerzas centrales* (como la fuerza gravitatoria que sufren los planetas alrededor del Sol).

ESTÁTICA DE UN SISTEMA:

La estática es una rama de la Física que estudia el equilibrio de los cuerpos en reposo. Este estudio es muy importante en cualquier ingeniería y fundamental en arquitectura.

Para que un cuerpo esté en equilibrio estático debe cumplir dos condiciones: que no se desplace bajo la acción de las fuerzas, y que tampoco gire debido a las mismas. Es decir:

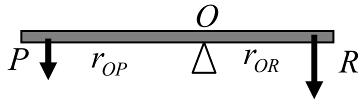
$$\Sigma\vec{F} = 0 \qquad ; \qquad \Sigma\vec{M}_O = 0$$

En general, cada condición da lugar a tres ecuaciones, una para cada componente (x,y,z), con lo que tendríamos que resolver un sistema de seis ecuaciones. En este curso nos limitaremos a resolver problemas sencillos, en el plano, con lo que las ecuaciones nos quedarán.

$$\Sigma\vec{F} = 0 \rightarrow \begin{cases} \Sigma F_x = 0 \\ \Sigma F_y = 0 \end{cases} \qquad \Sigma\vec{M}_O = 0 \rightarrow \Sigma M_{Oz} = 0 \quad \text{Un sistema de tres ecuaciones.}$$

Aplicación: ley de la palanca.

El equilibrio de los momentos de las fuerzas aplicadas a un cuerpo tiene una aplicación práctica en la palanca (una barra rígida que puede girar respecto a un punto de apoyo O y que sufre dos fuerzas, denominadas potencia (P) y resistencia (R)).



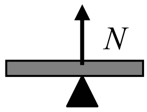
Aplicando $\Sigma\vec{M}_O = 0$, llegamos a la conocida ley de la palanca $\quad P \cdot r_{OP} = R \cdot r_{OR}$

Ejercicio: Deducir la expresión de la ley de la palanca.

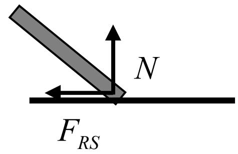
Reacciones en los apoyos:

En los problemas de estática que hagamos en este curso, trabajaremos con objetos que podemos considerarlos aproximadamente como barras rígidas (una viga, un puente, una antena, una farola, una escalera, la articulación del brazo…) sobre las que actúan fuerzas aplicadas en diferentes puntos.
- La fuerza gravitatoria (peso) está aplicada sobre un punto llamado *centro de gravedad* (c.d.g). Si el cuerpo es un sólido regular y homogéneo (será así en todos los casos que veamos) el c.d.g. coincide con el centro del objeto.
- El cuerpo se mantiene en reposo debido a que está apoyado en otros objetos (el suelo, una pared, una cuerda, una bisagra…). Las fuerzas que aplican sobre el sólido, y que impiden su movimiento, se denominan en general *reacciones*. Veremos en este curso sólo algunos tipos de apoyo, los más sencillos, con sus reacciones.

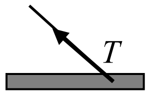
Apoyo sin rozamiento (apoyo simple)



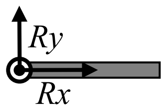
Apoyo con rozamiento



Cuerda (cable, cadena)



Bisagra



1.2 ENERGÍA. TIPOS.

Por energía entendemos la capacidad que posee un cuerpo para poder producir cambios en sí mismo o en otros cuerpos. Es una propiedad que asociamos a los cuerpos para poder explicar estos cambios.

Estamos acostumbrados a clasificar la energía por un criterio técnico: según la fuente de producción. Así hablamos de energía eólica, calorífica, nuclear, hidroeléctrica, solar, química...

Sin embargo, en Física es más útil establecer una clasificación en base a la razón por la que el cuerpo puede producir cambios. Tendremos entonces.

<u>Energía cinética</u> (Ec): Energía debida al movimiento del cuerpo. $Ec = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$

<u>Energía potencial</u> (Ep): Debida a la acción de ciertas fuerzas que actúen sobre el cuerpo. Se denominan *fuerzas conservativas*, y las estudiaremos en el apartado 1.4. Según la fuerza que actúe, tendremos:
- Energía potencial gravitatoria (Ep_g): debida a la acción de la fuerza gravitatoria.
- Energía potencial electrostática (Ep_e): debida a la acción de la fuerza electrostática entre cargas.
- Energía potencial elástica (Ep_{el}): debida a la acción de la fuerza elástica (p.e. un muelle al comprimirlo o estirarlo).

<u>Energía mecánica</u> (E_M): Suma de las energías cinética y potencial del cuerpo. $E_M = Ec + Ep$

<u>Energía interna</u> (U): Debida a la temperatura del cuerpo y a su estructura atómico-molecular.

Unidades de energía: Cualquier forma de energía se mide en las mismas unidades: en el S.I es el Julio (J).

Otras unidades:
- caloría (cal): 1 cal = 4,18 J
- ergio (erg): 1 erg = 10^{-7} J
- kilovatio-hora (kW·h): 1 kW·h = $3,6 \cdot 10^6$ J

Transferencias de energía: calor y trabajo:

Al estudiar un sistema desde el punto de vista de la energía, podemos ver que en cualquier cambio que ocurra en el mismo tenemos una transferencia de energía entre unos cuerpos y otros (a veces en el mismo cuerpo). Así, al poner en contacto un cuerpo frío con otro caliente, el cuerpo frío aumenta su energía interna, a costa de disminuir la energía interna del cuerpo caliente, hasta llegar al equilibrio. En un cuerpo que cae en caída libre, aumenta su energía cinética a costa de la disminución de su energía potencial gravitatoria.

Estas transferencias de energía se pueden realizar de dos formas:

Por medio de un desplazamiento, bajo la acción de una fuerza: en ese caso se produce **trabajo**.

Debido a una diferencia de temperatura: se habla entonces de que se transfiere **calor**.

1.3 TRABAJO, CARACTERÍSTICAS. TEOREMA TRABAJO-ENERGÍA CINÉTICA.

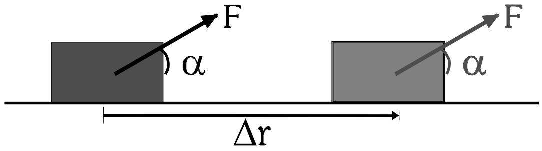
De lo comentado en el apartado anterior, vemos que el trabajo nos indica la energía transferida por la acción de una fuerza durante un desplazamiento del cuerpo.

Ejemplo: Una persona que suba un peso desde el suelo hasta un primer piso realiza un trabajo. Si sube hasta el segundo, realizará una trabajo doble, lo mismo que si sube el doble de peso hasta el primer piso. Sin embargo, si se limita a sostener el peso, sin desplazamiento, no realizará trabajo (perderá energía, eso sí, pero no realiza trabajo).

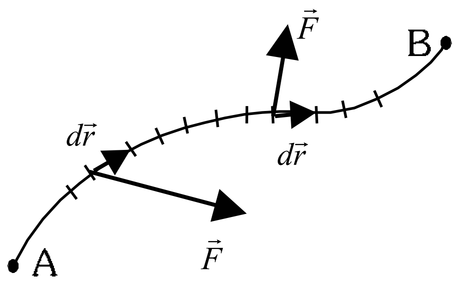
De este ejemplo vemos que en el trabajo influyen dos magnitudes: la fuerza aplicada y el desplazamiento realizado.

Si la fuerza que estamos aplicando es constante (en módulo, dirección y sentido), el trabajo que realiza dicha fuerza se calcula mediante la expresión:

$$W_{AB} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha$$



Cuando la fuerza aplicada no es constante, sino que varía para los diferentes puntos del desplazamiento (caso de la fuerza gravitatoria, que varía con la altura, o la fuerza elástica de un muelle, que aumenta al estirar), podemos descomponer el camino recorrido en trozos infinitamente pequeños ($d\vec{r}$), en los que podemos considerar que la fuerza aplicada apenas cambia, se mantiene constante. Así, en cada trozo infinitamente pequeño tendremos que la fuerza ha realizado un trabajo (también infinitamente pequeño) dado por $\vec{F} \cdot d\vec{r}$. Para calcular el trabajo total, tendremos que sumar todos esos trabajos infinitamente pequeños a lo largo del recorrido. Esa operación matemática es una integral definida entre los puntos A y B. Así el trabajo nos quedará $W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r}$



Si desarrollamos el producto $\vec{F} \cdot d\vec{r}$ con sus componentes

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B (F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}) \cdot (d_x\vec{i} + d_y\vec{j} + d_z\vec{k}) = \int_A^B (F_x \cdot dx + F_y \cdot dy + F_z \cdot dz) =$$

$$= \int_{xA}^{xB} F_x \cdot dx + \int_{yA}^{yB} F_y \cdot dy + \int_{zA}^{zB} F_z \cdot dz$$

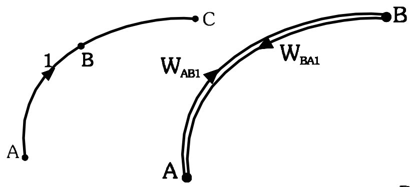
Propiedades del trabajo:

Unidades: $[W] = N \cdot m = J$

Signo del trabajo: W > 0 → la fuerza favorece el desplazamiento (al menos una componente)
W < 0 → la fuerza se opone al desplazamiento (al menos una componente)
W = 0 → la fuerza es perpendicular al desplazamiento

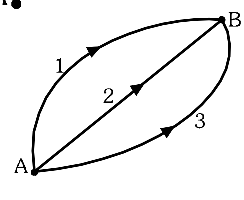
Aditividad: $W_{AC} = W_{AB} + W_{BC}$ El trabajo entre dos puntos puede descomponerse.

Reversibilidad: Al invertir el sentido del recorrido (siempre que sigamos el mismo camino) el trabajo cambia de signo ($W_{AB1} = -W_{BA1}$)



Dependencia del camino: En general, el trabajo realizado por una fuerza entre dos puntos depende del camino seguido. Es decir, la fuerza realiza diferente trabajo según el recorrido. Esto ocurre con la mayoría de las fuerzas.

Sin embargo, existe un tipo de fuerzas para las que el trabajo que realizan no depende del camino seguido. Únicamente depende (dicho trabajo) de los puntos inicial y final del recorrido. Reciben el nombre de *fuerzas conservativas*, y las estudiaremos en el siguiente apartado.



Teorema trabajo-energía cinética: (También llamado *Teorema de las fuerzas vivas*)

Este teorema nos proporciona la relación existente entre trabajo y energía cinética, y justifica por qué la expresión de la energía cinética es la que es.

Supongamos un cuerpo con diversas fuerzas actuando sobre él. Debido a la acción de dichas fuerzas, el cuerpo se desplaza. El trabajo total realizado por el cuerpo será: $W_{TOT} = \Sigma W = \int_A^B \Sigma \vec{F} \cdot d\vec{r}$

Ahora bien, según la segunda ley de Newton: $\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$ sustituyendo esto en la expresión del trabajo:

$$W_{TOT} = \Sigma W = \int_A^B \Sigma \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_A^B m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} \cdot d\vec{r} = m \cdot \int_A^B \vec{v} \cdot d\vec{v} = m \cdot \left[\frac{|\vec{v}|^2}{2} \right]_A^B = \tfrac{1}{2} m \cdot v_B^2 - \tfrac{1}{2} m \cdot v_A^2 = Ec_B - Ec_A$$

En resumen, llegamos a la conclusión de que $W_{TOT} = \Delta Ec = Ec_B - Ec_A$

Esto se conoce como *Teorema Trabajo-Energía cinética*, y puede interpretarse de la forma siguiente: "*El trabajo total realizado sobre un cuerpo se invierte en variar su energía cinética, y es igual a dicha variación*".

Potencia (P): Cuando calculamos el trabajo realizado por una fuerza aplicada a un cuerpo, tenemos en cuenta la fuerza y el desplazamiento, pero no el tiempo que se ha invertido en el desplazamiento. Así, una grúa, al levantar un peso de 1000 N una altura de 10 m, realiza un trabajo de 10000 J, independientemente de que tarde un minuto o tres horas en levantarlo. El gasto energético es el mismo, pero hay diferencias entre ambos casos. Esta diferencia se refleja con una magnitud denominada potencia. Indica la rapidez con la que se realiza la transferencia de energía $P = \frac{W}{\Delta t}$ Unidades: $[P] = \frac{J}{s} = Vatio\ (W)$

Una máquina que realice el mismo trabajo en menos tiempo tendrá una mayor potencia.

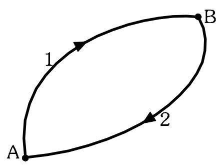
1.4 FUERZAS CONSERVATIVAS. ENERGÍA POTENCIAL.

Una fuerza es conservativa cuando, al calcular el trabajo que realiza en un desplazamiento entre dos puntos, el resultado no depende del camino que se haya seguido. Este trabajo depende sólo de los puntos inicial y final.

(Son fuerzas conservativas la fuerza gravitatoria, la elástica y la electrostática)

Consecuencias:

- Supongamos un camino cerrado, en el que volvemos al mismo punto de partida. Lo descomponemos en dos trozos, de forma que el trabajo total será $W_{TOT} = W_{AB1} + W_{BA2}$



Ahora bien, $W_{BA2} = -W_{AB2}$ y $W_{AB2} = W_{AB1}$ con lo que nos queda que $W_{TOT} = W_{AB1} - W_{AB1} = 0$

Si una fuerza es conservativa, el trabajo que realiza en cualquier recorrido cerrado es siempre cero.(esto se expresa de esta forma: $\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$)

- Ya que el trabajo de las fuerzas conservativas sólo depende de los puntos inicial y final, podemos aprovechar esto para calcularlo de forma más fácil (es decir, ahorrarnos el hacer la integral). Para ello usamos el concepto de energía potencial.

La energía potencial es la *energía almacenada por un cuerpo cuando sobre éste actúa una fuerza conservativa*. Decimos que el cuerpo tiene almacenada una cierta energía potencial Ep_A en el punto A, y otra energía potencial Ep_B en el punto B. De esta forma, el trabajo realizado por la fuerza al desplazarse entre A y B, coincide con el cambio en dicha energía potencial. Así

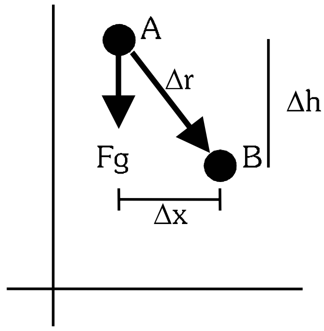
$$W_{FC} = -\Delta Ep = Ep_A - Ep_B$$

Observamos que definimos la energía potencial de forma que siempre calculamos diferencias de energía entre dos valores. De hecho, sabemos la diferencia, no el valor concreto en cada punto.

Para tener un valor en cada punto, debemos establecer un origen de potencial , un punto en el que digamos que la energía potencial vale cero. Según el punto que se escoja obtendremos una fórmula para la Ep u otra.

Cálculo de la Ep asociada a una fuerza conservativa: La expresión de la Ep se calcula a partir del trabajo realizado por la fuerza $W_{FC} = -\Delta Ep$ → $\int_A^B \vec{F}_C \cdot d\vec{r} = Ep_A - Ep_B$ Habrá que calcular la integral en general, y la fórmula que resulte será la que usemos, una vez hayamos escogido el origen de potencial

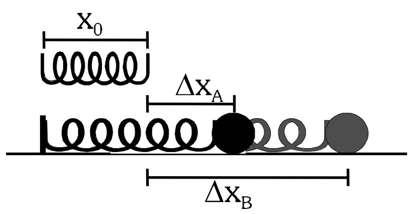
Energía potencial gravitatoria (considerando $g \approx cte$, en la superficie terrestre)



Partiendo de la expresión que define a la energía potencial:
$W_{Fg} = -\Delta Ep_g \quad \rightarrow \quad Ep_A - Ep_B = W_{Fg}$
Como estamos considerando la fuerza gravitatoria como constante $\vec{F}_g = m \cdot \vec{g} = c\vec{t}e$, el trabajo realizado en un desplazamiento cualquiera entre dos puntos A y B puede calcularse con la expresión
$W_{Fg} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = (-mg\vec{j}) \cdot (\Delta x\vec{i} + \Delta h\vec{j}) = -mg\Delta h = m \cdot g \cdot h_A - m \cdot g \cdot h_B$
Así, tenemos que $Ep_{gA} - Ep_{gB} = W_{Fg} = m \cdot g \cdot h_A - m \cdot g \cdot h_B$

Eligiendo el origen para la energía potencial en el punto de altura 0. $Para \ h_B = 0 \rightarrow Ep_B = 0$
Y la fórmula nos quedará, para cualquier punto $Ep_g = m \cdot g \cdot h \quad (origen \ en \ h = 0)$

Energía potencial elástica:



Es la energía que almacena un resorte (un muelle) o algún cuerpo elástico al ser estirado o comprimido.
Partiendo de la expresión que define a la energía potencial,
$W_{Fel} = -\Delta Ep_{el} \quad \rightarrow \quad Ep_A - Ep_B = W_{Fel}$
En este caso, la fuerza elástica no es constante, sino que varía según el desplazamiento $\vec{F}_{el} = -K \cdot \Delta\vec{r} = -K \cdot \Delta x \cdot \vec{i}$
El desplazamiento desde la posición de equilibrio será: $\Delta x = x - x_0$

El trabajo realizado por la fuerza elástica entre dos puntos:

$$W_{el} = \int_A^B \vec{F}_{el} \cdot d\vec{r} = \int_A^B -K \cdot \Delta x \cdot \vec{i} \cdot dx \cdot \vec{i} = -K \cdot \int_A^B \Delta x \cdot dx = -K \cdot \left[\frac{(\Delta x)^2}{2}\right]_{xA}^{xB} = \tfrac{1}{2}K \cdot (\Delta x_A)^2 - \tfrac{1}{2}K \cdot (\Delta x_B)^2$$

Así, $Ep_A - Ep_B = W_{Fel} = \tfrac{1}{2}K \cdot (\Delta x_A)^2 - \tfrac{1}{2}K \cdot (\Delta x_B)^2$ elegimos origen, para $x_B = x_0 \rightarrow \begin{matrix} \Delta x_B = 0 \\ Ep_B = 0 \end{matrix}$

Con lo que la expresión nos queda $Ep_{el} = \tfrac{1}{2}K \cdot (\Delta x)^2$ origen en x = x_0, la posición de equilibrio del muelle

1.5 ENERGÍA MECÁNICA. CONSERVACIÓN.

Como ya habíamos comentado, la energía mecánica de un cuerpo se definía como la suma de las energías cinética y potencial que posee dicho cuerpo.

$$E_M = Ec + Ep = Ec + (Ep_g + Ep_e + Ep_{el})$$

Conservación de la energía mecánica: Relación entre E_M y el trabajo de las fuerzas aplicadas.

Cuando se produce un cambio en la energía mecánica de un cuerpo, esto será debido a que cambia alguna de las energías que la componen (energía cinética, potencial). Así: $\Delta E_M = \Delta Ec + \Delta Ep$

Pero, según hemos visto en apartados anteriores. $\Delta Ec = W_{TOT}$ $\Delta Ep = -W_{FC}$

Con lo cual, nos queda $\Delta E_M = W_{TOT} - W_{FC} = W_{FNC}$

Es decir, *son las fuerzas no conservativas aplicadas al cuerpo las que hacen que cambie su energía mecánica*.

Dicho de otra forma: *Si sobre un cuerpo actúan fuerzas no conservativas y éstas realizan trabajo, la energía mecánica del cuerpo variará*. Esas fuerzas no conservativas pueden hacer que la E_M aumente o disminuya. En ese último caso se dice que la fuerza es *disipativa* (p.e. el rozamiento)

Principio de conservación de la enegía mecánica:

De lo anterior podemos extraer una nueva lectura, que se conoce como “principio de conservación de la energía mecánica”.

Si sobre un cuerpo no actúan fuerzas no conservativas, o éstas no realizan trabajo, la energía mecánica del cuerpo se mantendrá constante $si \quad W_{FNC} = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta E_M = 0 \quad \rightarrow \quad E_M = cte$.

1.6 INTERACCIONES FUNDAMENTALES EN LA NATURALEZA.

A la hora de intentar establecer una clasificación de las distintas interacciones (fuerzas) existentes en la naturaleza, podría parecernos, a primera vista, que existe una gran variedad de ellas. Sin embargo, observando las interacciones a nivel atómico, nos damos cuenta de que todas las debidas al contacto entre dos cuerpos (tirar de algo, empujar, sostener, normales, rozamientos) se explican mediante la repulsión entre los electrones superficiales de ambos cuerpos. Es decir, son fuerzas de naturaleza eléctrica. Sin embargo, la fuerza que la Tierra hace sobre cualquier cuerpo debe ser explicada mediante una interacción de otro tipo: la gravitatoria.

Actualmente sabemos que cualquier fenómeno que ocurra en la naturaleza puede ser explicado mediante únicamente cuatro interacciones, llamadas **interacciones fundamentales**. Son interacciones *a distancia* (sin contacto entre los cuerpos). Describimos a continuación brevemente sus características:

Interacción Gravitatoria:

Afecta a cuerpos con **masa**. Es, por tanto, una interacción **universal**.
Es siempre **atractiva** (tiende a acercar ambos cuerpos).
Es de **largo alcance** (alcance infinito), disminuyendo su intensidad con el **cuadrado de la distancia**.
Es **la más débil** de las cuatro interacciones. Su constante característica, $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ N\,m^2\,Kg^{-2}$
Su intensidad es **independiente del medio** en el que estén ambos cuerpos (aire, agua, vacío...)

Explica: Peso, caída de los cuerpos, movimiento de planetas, galaxias...

Interacción Electromagnética:

Afecta a cuerpos con **carga eléctrica**. La carga puede ser positiva o negativa.
Puede ser **atractiva o repulsiva**, según el signo de las cargas.
Es de **largo alcance** (infinito), disminuyendo su intensidad con el **cuadrado de la distancia**.
Es una interacción **fuerte**. Su constante característica, $K = 9 \times 10^9$ N m^2 C^{-2} (en el vacío)
Su intensidad **depende del medio** en el que estén ambos cuerpos.

Explica: Fuerzas por contacto, estructura de átomos y moléculas, reacciones químicas, fenómenos eléctricos y magnéticos.

Interacción Nuclear Fuerte:

Afecta a **partículas nucleares** constituidas por quarks (protones, neutrones...). No afecta a los electrones.
Es **atractiva**.
Es de **muy corto alcance** (aprox. 10^{-15} m, el tamaño del núcleo atómico)
Es **la más fuerte** de las interacciones (con mucha diferencia).

Explica: Estructura del núcleo atómico, reacciones nucleares, algunas desintegraciones radiactivas...

Interacción nuclear débil:

Afecta a las partículas llamadas **leptones** (electrón, neutrinos...)
No es propiamente atractiva ni repulsiva. Es responsable de la transformación de unas partículas en otras
Es de **muy corto alcance** (aprox 10^{-16} m)
Es una interacción **débil**, aunque más fuerte que la gravitatoria.

Explica: Radiactividad, cambios en partículas subatómicas, supernovas...

Orden de intensidad: Nuclear fuerte > Electromagnética > Nuclear débil > Gravitatoria

Actualmente se intenta agrupar estas cuatro interacciones fundamentales en una única teoría (TGU, o Teoría de la Gran Unificación). A finales del S. XIX, Maxwell juntó las interacciones eléctricas y magnéticas. En la década de los 60 se construyó la teoría *electrodébil* (nuclear débil y electromagnética), y últimamente se ha conseguido añadir la nuclear fuerte. Sin embargo, la interacción gravitatoria se escapa a una unificación (aunque existen teorías que intentan incluirla, como las *supercuerdas*, la *cromodinámica cuántica*, el espacio de once dimensiones...)

PROBLEMAS TEMA 1: DINÁMICA DE LA PARTÍCULA (II)

1.- Una partícula de masa 2 kg, y cuya posición respecto al origen en un determinado instante viene dada por $\vec{r} = 3\vec{i} + \vec{j}$ (m), se mueve en ese mismo instante con una velocidad $\vec{v} = 2\,\vec{i}$ (m/s). Calcular:

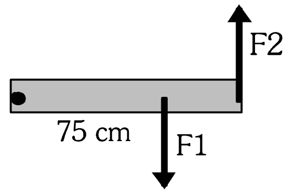
a) Cantidad de movimiento de la partícula. *($4\,\vec{i}$ kg m s^{-1})*

b) Momento angular respecto al origen. *($-4\,\vec{k}$ kg m^2 s^{-1})*

c) Repetir el problema si $\vec{v} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ m/s. *($\vec{p} = 2\,\vec{i} - 4\,\vec{j} + 6\vec{k}$ kg m s^{-1} ; $\vec{L}_O = 6\,\vec{i} - 18\,\vec{j} - 14\vec{k}$ kg m^2 s^{-1})*

2.- Un LP de vinilo (de 30 cm de diámetro) gira en sentido horario a 33 rpm. Una mosca se posa en el extremo del disco, y da vueltas al mismo ritmo. Calcular el momento angular de la mosca respecto al centro del disco, suponiendo que su masa es de 0,05 g. *($\vec{L}_O = -3{,}89 \cdot 10^{-6}\ \vec{k}$ kg m^2 s^{-1})*

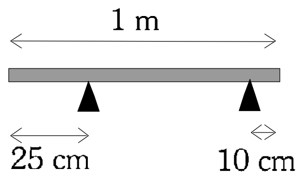
3.- La figura representa una tabla de 1 m de longitud clavada por un extremo mediante un clavo que permite que la tabla gire. Si aplicamos las fuerzas indicadas: F_1 de 160 N, y F_2 de 100 N:



a) ¿Girará la barra? Si lo hace ¿En qué sentido?
b) Calcular la resistencia que opone el clavo al desplazamiento de la barra.

($\vec{R} = 60\ \vec{j}$ N)

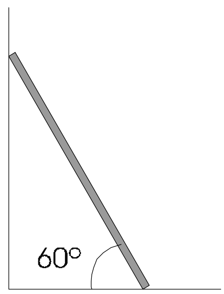
4.- Una viga de 50 kg está apoyada horizontalmente sobre dos soportes, como indica la figura. Calcular la fuerza que ejerce cada soporte. *($R_1 = 307{,}7$ N , $R_2 = 192{,}3$ N)*



5.- Una escalera de 10 kg y 2m de largo está apoyada sobre una pared formando un ángulo de 60º con el suelo. Entre la escalera y la pared no existe rozamiento, y entre la escalera y el suelo el coeficiente estático de rozamiento es de 0,4.

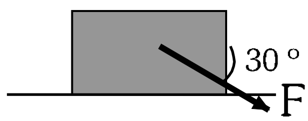
a) Calcular las reacciones del suelo y la pared.
($N_{PARED} = 28{,}9$ N , $N_{SUELO} = 100$ N , $F_R = 28{,}9$ N)

b) ¿Qué ocurriría si el coeficiente de rozamiento se redujese a la mitad?



6. Una fuerza de 130 N actúa sobre un bloque de 9 kg como se indica en el dibujo. Si $\mu = 0{,}3$ calcula el trabajo que realiza cada fuerza de las que actúan sobre el cuerpo cuando el bloque se mueve 3 m a la derecha.

($W_N = W_P = 0$ J, $W_{Fr} = -139{,}5$ J, $W_F = 337{,}7$ J)



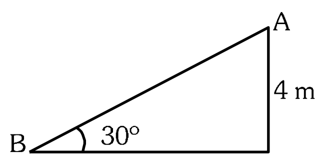
7. Calcular el trabajo que realizan las siguientes fuerzas en un desplazamiento horizontal desde 1 m a la derecha del origen, hasta 2 m a la derecha.

a) $\vec{F}_1 = (x^2 + 3x + 1)\,\vec{i} + x^2\,\vec{j}$ N (*7,84 J*)

b) $\vec{F}_2 = (2 - 3x^2)\,\vec{i} + 5\,\vec{j}$ N (*- 5 J*)

c) $\vec{F}_3 = (4x^3 + 2x^2 - x)\,\vec{i} + 7x^2\,\vec{j}$ N (*18,16 J*)

8. Bajamos una caja de 10 kg desde un piso (A) hasta el punto B en el suelo de dos formas diferentes: 1) descolgándola con una cuerda hasta el suelo y luego arrastrándola horizontalmente. 2) deslizando la caja por una rampa inclinada 30º. Calcular el trabajo realizado por la fuerza peso por cada uno de los caminos seguidos. ¿Es lógico que salga el mismo resultado por ambos caminos? Razonar.
(*400 J por ambos caminos*)



9 Sobre una partícula actúa una fuerza $\vec{F} = 2xy\ \vec{i} + x^2\ \vec{j}$ (N). Calcular el trabajo realizado al desplazar la partícula desde el punto (0,0) al (2,4) (m.):
a) A lo largo del eje 0X desde (0,0) al (2,0) y después paralelamente al eje 0Y desde (2,0) hasta (2,4).
b) A lo largo del eje 0Y desde (0,0) hasta (0,4) y después paralelamente al eje 0X desde (0,4) hasta (2,4)
c) A lo largo de la recta que une los dos puntos. *(Sol: 16 J a lo largo de los tres caminos)*

10. Una partícula está sometida a una fuerza $\vec{F} = xy\ \vec{i}$ (N), en la que x e y son coordenadas del punto del plano en el que está el cuerpo en cada instante, en metros. Calcular el trabajo realizado por tal fuerza al desplazar la partícula desde (0,3) hasta (3,0) (m):
a) A lo largo de la recta que une los puntos *(4,5 J)*
b) A lo largo del camino (0,3) → (3,3) → (3,0). *(13,5 J)*
c) ¿Es conservativa esa fuerza?

11. Una partícula está sometida a $\vec{F} = 6xy\ \vec{i} + (3x^2 - 3y^2)\ \vec{j}$ (N). Calcular el trabajo realizado por tal fuerza al desplazar la partícula del punto (0,0) al (1,1) (m.):
a) A lo largo del camino (0,0) → (1,0) → (1,1) *(2 J)*
b) A lo largo de la recta y = x *(2 J)*

12. Un bloque de 5 kg desliza con velocidad constante por una superficie horizontal mientras se le aplica una fuerza de 10 N, paralela a la superficie.
a) Dibujar en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el bloque y explicar el balance trabajo-energía en un desplazamiento del bloque de 0,5 m.
b) Dibujar en otro esquema las fuerzas que actuarían sobre el bloque si la fuerza que se le aplica fuera de 30 N en una dirección que forma 60º con la horizontal, e indicar el valor de cada fuerza. Calcular la variación de energía cinética del bloque en un desplazamiento de 0,5 m. (*ΔEc = 5,1 J*)

13. Un trineo de 100 kg parte del reposo y desliza hacia abajo por la ladera de una colina de 30º de inclinación respecto a la horizontal.
a) Haga un análisis energético del desplazamiento del trineo suponiendo que no existe rozamiento y determine, para un desplazamiento de 20 m, la variación de sus energías cinética, potencial y mecánica, así como el trabajo realizado por el campo gravitatorio terrestre. ($\Delta Ec = 10000\ J$, $\Delta Ep_g = -10000\ J$, $\Delta E_M = 0\ J$, $W_{Fg} = 10000\ J$)
b) Explique, sin necesidad de cálculos, cuáles de los resultados del apartado a) se modificarán y cuáles no, si existiera rozamiento.

14. Un bloque de 5 kg se desliza por una superficie horizontal lisa con una velocidad de 4 m/s y choca con un resorte de masa despreciable y K = 800 N/m, en equilibrio y con el otro extremo fijo. Calcular:
a) Cuánto se comprime el resorte.
b) Desde qué altura debería caer el bloque sobre el resorte, colocado verticalmente, para producir la misma compresión. (*a)Δx = 0,31 m ; b) h = 0,8 m*)

15. Un muelle de constante elástica 250 N m^{-1}, horizontal y con un extremo fijo, está comprimido 10 cm. Un cuerpo de 0,5 kg, situado en su extremo libre, sale despedido al liberarse el muelle.
a) Explique las variaciones de energía del muelle y del cuerpo, mientras se estira el muelle.
b) Calcule la velocidad del cuerpo en el instante de abandonar el muelle. (*2,24 m/s*)

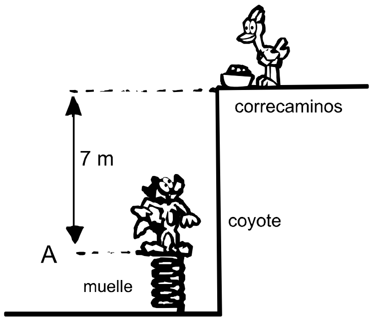
16. Un bloque de 5 kg desliza sobre una superficie horizontal. Cuando su velocidad es de 5 m s^{-1} choca contra un resorte de masa despreciable y de constante elástica K = 2500 N m^{-1}. El coeficiente de rozamiento bloque-superficie es 0,2.
a) Haga un análisis energético del problema.
b) Calcule la longitud que se comprime el resorte. (*Δx = 0,22 m*)
c) Tras la compresión máxima, el muelle vuelve a descomprimirse y el bloque sale despedido hacia atrás. Calcule la distancia que recorre el bloque hasta que se para. *(Δr =6 m aprox.)*

17. Un cuerpo se lanza hacia arriba por un plano sin rozamiento inclinado 30º, con velocidad inicial de 10 m s^{-1}.
a) Explique cómo varían las energías cinética, potencial y mecánica del cuerpo durante la subida.
b) ¿Cómo variaría la longitud recorrida si se duplica la velocidad inicial? ¿y si se duplica el ángulo del plano? (*duplicando v, se cuadruplica d ; duplicando el ángulo, d es 0,58 veces la d inicial.*)

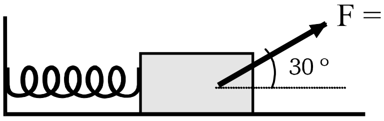
18. En vista de su mala suerte, el coyote ha decidido atrapar al correcaminos alcanzándolo por sorpresa cuando pare a comer usando para ello un muelle marca ACME según el siguiente esquema:

Calcular hasta qué altura medida desde el punto A subirá el coyote si K= 7050 N/m, la masa del coyote es 50 kg, la fuerza de rozamiento entre el coyote y el aire puede suponerse constante y de 12,5 N y la compresión inicial del muelle es 1m. ¿Cogerá el coyote al correcaminos?

(*6,87 m. Evidentemente, no lo coge.*)

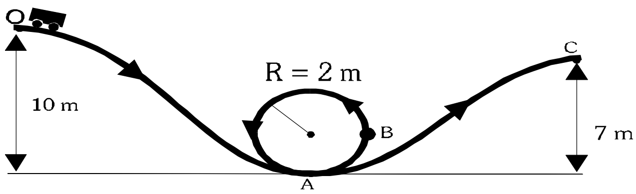


19.- Un bloque de 20 kg se encuentra sobre una superficie horizontal unido a uno de los extremos de un resorte de K = 100 N/m, en equilibrio y con el otro extremo fijo. se tira del bloque con una fuerza de 150 N en una dirección que forma un ángulo de 30º con la horizontal hasta desplazar el bloque una longitud de 0,5 m. Si el coeficiente de rozamiento es 0,4 calcular el trabajo de la fuerza de rozamiento, y la velocidad. (*-25 J ; v = 1,65 m/s*)



20.- ¿Qué velocidad tendrá un vagón de una montaña rusa sin rozamiento en los puntos A, B y C de la figura, si el carrito parte de O con $v_0 = 0$ m/s ?

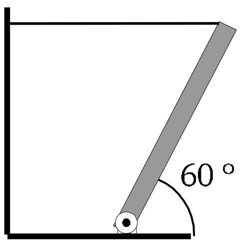
(*v_A= 14,14 m/s ; v_B =12,65 m/s ; v_C = 7,74 m/s*)



21. Se lanza un cuerpo por un plano horizontal con una velocidad de 6 m s^{-1}. Si μ = 0,3 ¿Qué distancia recorrerá el cuerpo hasta que se pare? (*6 m*)

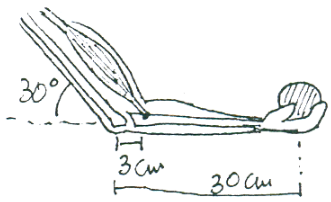
22. Un puente levadizo de madera mide 5 m y tiene una masa de 400 kg, y está dispuesto como indica la figura. Calcule la tensión del cable y las reacciones que ejerce la bisagra.

(Sol: T= 1155 N, Rx = 1155 N, Ry = 4000 N (resultados en módulo))



23. Las articulaciones del cuerpo humano pueden estudiarse como palancas, como puede ser el codo que aparece en la figura. Calcular la fuerza que debe ejercer el bíceps (músculo) sobre el hueso para sostener un peso de 5 kg en la mano, y las reacciones en el codo. Considerar el antebrazo como un cuerpo homogéneo de 2 kg de masa.

(Pista: Considera el codo como una bisagra y el músculo como una cuerda que ejerce tensión.) (Sol: T=1200 N, Rx =1039 N, Ry =530 N (resultados en módulo))



CUESTIONES TEÓRICAS:

1. a) ¿Qué trabajo se realiza al sostener un cuerpo durante un tiempo t? Razonar.

b) ¿Qué trabajo realiza la fuerza peso de un cuerpo si éste se desplaza una distancia por una superficie horizontal? Razonar.

2. a) ¿Puede un mismo cuerpo tener más de una forma de energía potencial? Razone la respuesta aportando algunos ejemplos.

b) Si sobre un cuerpo actúan tres fuerzas conservativas de distinta naturaleza y una no conservativa, ¿cuántos términos de energía potencial hay en la ecuación de la energía mecánica de esa partícula? Cómo aparece en dicha ecuación la contribución de la fuerza no conservativa?.

3. a) ¿Es la fuerza de rozamiento una fuerza conservativa? ¿Por qué?
b) ¿Es cierto que cuando se transporta un bloque a velocidad constante sobre una superficie horizontal sin rozamiento no se realiza ningún trabajo?
c) ¿Se realiza trabajo al mover un cuerpo con velocidad constante a lo largo de una circunferencia sin rozamiento? ¿Y con rozamiento?

4. Cuáles de las siguientes afirmaciones son falsas:
a) El trabajo realizado por una fuerza conservativa cambia la energía cinética.
b) El trabajo realizado por una fuerza conservativa cambia la energía potencial.
c) El trabajo realizado por una fuerza conservativa cambia la energía mecánica.

5. a) ¿Depende la Ec del sistema de referencia escogido? ¿y la Ep? Razonar.
b) ¿Puede ser negativa la Ec de una partícula? ¿Y la Ep? En caso afirmativo, explique el significado físico.
c) ¿Se cumple siempre que el aumento de Ec de una partícula es igual a la disminución de su Ep? Razonar.

6. Comente las siguientes frases: a) la energía mecánica de una partícula permanece constante si todas las fuerzas que actúan sobre ella son conservativas; b) si la energía mecánica de una partícula no permanece constante, es porque una fuerza disipativa realiza trabajo.

7. Comentar las siguientes afirmaciones, razonando si son verdaderas o falsas:
a) Existe una función energía potencial asociada a cualquier fuerza.
b) El trabajo de una fuerza conservativa sobre una partícula que se desplaza entre dos puntos es menor si el desplazamiento se realiza a lo largo de la recta que los une.

8. Un partícula se mueve bajo a acción de una sola fuerza conservativa. El módulo de su velocidad decrece inicialmente, pasa por cero momentáneamente y más tarde crece.
a) Poner un ejemplo real en que se muestre este comportamiento.
b) Describir la variación de energía potencial y la de la energía mecánica de la partícula durante ese movimiento.

9. Una fuerza conservativa actúa sobre una partícula y la desplaza, desde un punto x_1 hasta otro punto x_2, realizando un trabajo de 50 J.
a) Determinar la variación de energía potencial de la partícula en ese desplazamiento. Si la energía potencial de la partícula es cero en x_1, ¿cuánto valdrá en x_2?
b) Si la partícula, de 5 g, se mueve bajo la influencia exclusiva de esa fuerza, partiendo del reposo en x_1, ¿cuál será la velocidad en x_2?, ¿cuál será la variación de energía mecánica?

10. Sobre un cuerpo actúan sólo dos fuerzas. La primera realiza un trabajo de -10 J, y la segunda un trabajo de 15 J. Medimos que la energía mecánica del sistema aumenta en 15 J. ¿Es conservativa alguna de las fuerzas aplicadas? ¿Qué ocurrirá con la energía cinética del cuerpo? Razonar.

11. Sobre un cuerpo actúan dos fuerzas, una conservativa, y otra no conservativa. La primera realiza un trabajo de 30 J, y la segunda un trabajo de –20 J. Razone qué conclusiones podemos extraer sobre los distintos tipos de energía que posee el cuerpo.