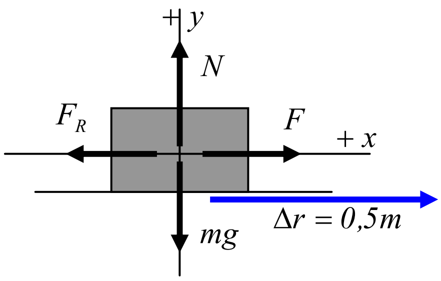
ALGUNOS EJERCICIOS RESUELTOS DE TRABAJO Y ENERGÍA (BOLETÍN DEL TEMA 1)

12. Un bloque de 5 kg desliza con velocidad constante por una superficie horizontal mientras se le aplica una fuerza de 10 N, paralela a la superficie.

a) Dibujar en un esquema todas las fuerzas que actúan sobre el bloque y explicar el balance trabajo-energía en un desplazamiento del bloque de 0,5 m.

b) Dibujar en otro esquema las fuerzas que actuarían sobre el bloque si la fuerza que se le aplica fuera de 30 N en una dirección que forma 60º con la horizontal, e indicar el valor de cada fuerza. Calcular la variación de energía cinética del bloque en un desplazamiento de 0,5 m.



a) Fuerzas que actúan sobre el bloque:

$Fg = m \cdot g = 50\ N$

$F = 10\ N$

Teniendo en cuenta que se mueve con velocidad constante, se cumple la primera ley de Newton $\Sigma\vec{F} = 0$, por lo que

y) $N - mg = 0 \rightarrow N = mg = 50\ N$

x) $F - FR = 0 \rightarrow F_R = F = 10\ N$

Con esto, podemos calcular el coeficiente de rozamiento, ya que $F_R = \mu \cdot N \rightarrow \mu = \frac{10\ N}{50\ N} = 0{,}2$

Balance trabajo-energía: Estudiamos el carácter conservativo o no conservativo de las fuerzas y su efecto sobre la energía del cuerpo.

Fuerza gravitatoria: Es conservativa. No realiza trabajo, al ser perpendicular al desplazamiento, por lo que no hará variar la energía potencial gravitatoria del cuerpo (*$Epg = m \cdot g \cdot h$, con nivel cero de Epg en el suelo*)

Normal: es No conservativa. No realiza trabajo, al ser perpendicular al desplazamiento, por lo que no contribuye a variar la energía mecánica del cuerpo.

Fuerza de rozamiento: Es no conservativa. Realiza un trabajo negativo, ya que se opone al desplazamiento. Esta fuerza disipa energía mecánica del cuerpo, que pasa al medio mediante calor.

$$W_{FR} = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos 180^o = -F_R \cdot \Delta r = -10N \cdot 0{,}5m = -5\ J$$

Fuerza aplicada: Es no conservativa. Realiza un trabajo positivo, ya que va a favor del desplazamiento. Esta fuerza aporta energía mecánica del cuerpo.

$$W_F = F \cdot \Delta r \cdot \cos 0^o = F \cdot \Delta r = 10N \cdot 0{,}5m = 5\ J$$

Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica

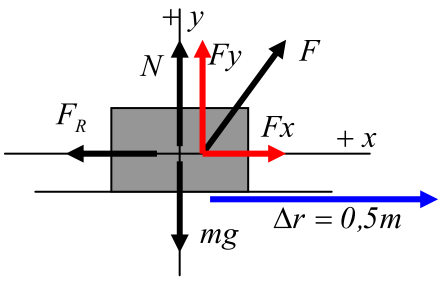
$$\Delta E_M = W_{FNC} = W_N + W_F + W_{FR} = 0 + 5\ J - 5\ J = 0$$

Vemos que la energía mecánica del bloque se mantiene constante, ya que el trabajo total de todas las fuerzas no conservativas es nulo.

También la energía cinética se mantiene constante, ya que según el teorema trabajo-energía cinética

$$\Delta Ec = W_{tot} = W_{Fg} + W_N + W_F + W_{FR} = 0 + 0 + 5\ J - 5\ J = 0$$, por lo que Ec = cte.

b) Calculamos las fuerzas en la nueva situación:



$Fg = mg = 50\ N$
$F_x = F \cdot cos60^o = 30N \cdot 0{,}5 = 15\ N$
$F_y = F \cdot sen60^o = 30N \cdot 0{,}866 = 25{,}98\ N$
En la dirección y se cumple que $\Sigma F_y = 0$, por lo que
$N + F_y - mg = 0 \rightarrow N = 50N - 25{,}98\ N = 24{,}02\ N$
Y la fuerza de rozamiento: $F_R = \mu \cdot N = 0{,}2 \cdot 24{,}02N = 4{,}8\ N$

Calculamos la variación de energía cinética en el desplazamiento de 0,5 m aplicando el teorema trabajo-energía cinética:

$$\Delta Ec = W_{tot} \quad \rightarrow \quad \Delta Ec = W_{Fg} + W_N + W_F + W_{FR}$$

Calculamos el trabajo realizado por cada fuerza

$$W_F = F \cdot \Delta r \cdot cos\,60^o = 30N \cdot 0{,}5m \cdot 0{,}5 = 7{,}5\ J$$

$W_N = W_{Fg} = 0$ ya que son perpendiculares al desplazamiento

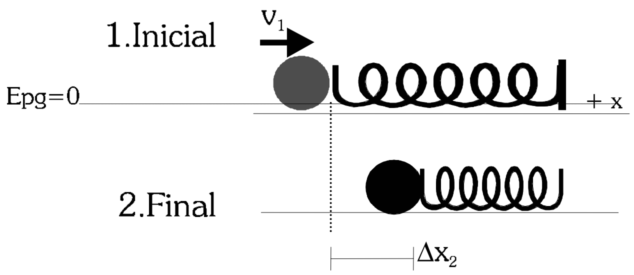
$$W_F = F_R \cdot \Delta r \cdot cos\,180^o = -4{,}8N \cdot 0{,}5m = -2{,}4\ J$$

Así $\Delta Ec = W_{tot} = 7{,}5J - 2{,}4J = 5{,}1\ J$

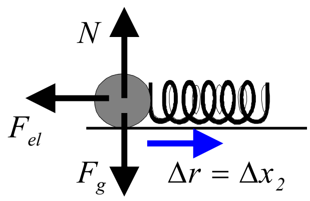
14. Un bloque de 5 kg se desliza por una superficie horizontal lisa con una velocidad de 4 m/s y choca con un resorte de masa despreciable y K = 800 N/m, en equilibrio y con el otro extremo fijo. Calcular:

a) Cuánto se comprime el resorte.

b) Desde qué altura debería caer el bloque sobre el resorte, colocado verticalmente, para producir la misma compresión



Datos: m = 5 kg , K = 800 N/m , μ = 0,2
Inicial: $v_1 = 4\ m/s$; $\Delta x_1 = 0\ m$
Final: $v_2 = 0\ m/s$; $\Delta x_2 = ?$



a)

Resolvemos el problema aplicando el principio de conservación de la energía mecánica.

$\Delta E_M = W_{FNC}$

Las fuerzas que actúan en este desplazamiento son (al ser la superficie lisa no hay rozamiento):

Fuerza gravitatoria. Es conservativa. No realiza trabajo (actúa perpendicular al desplazamiento), por lo que la energía potencial gravitatoria no cambiará.

Fuerza elástica. Es conservativa. Realiza un trabajo negativo (se opone al desplazamiento), lo que hace que la energía potencial elástica del muelle aumente al comprimirse.

Normal: Es no conservativa, pero no realiza trabajo al ser perpendicular al desplazamiento.

Por lo tanto, el trabajo que realizan las fuerzas no conservativas es nulo, con lo que la energía mecánica del sistema se mantendrá constante. $E_{M2}=E_{M1}$

$$E_{M1} = Ec_1 + Ep_{g1} + Ep_{el1} = \tfrac{1}{2} m \cdot v_1^2 + mgh_1 + \tfrac{1}{2} K \cdot \Delta x_1^2 = \tfrac{1}{2} m \cdot v_1^2 + 0 + 0$$

$$E_{M2} = Ec_2 + Ep_{g2} + Epel_2 = \tfrac{1}{2} m \cdot v_2^2 + mgh_2 + \tfrac{1}{2} K \cdot \Delta x_2^2 = 0 + 0 + \tfrac{1}{2} K \cdot \Delta x_2^2$$

Igualando las energías mecánicas inicial y final.

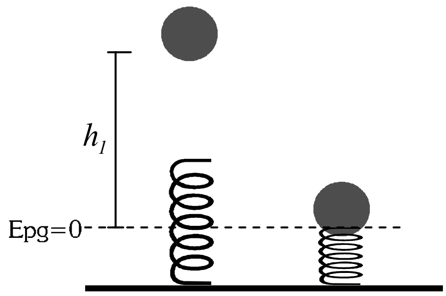
$$E_{M1} = E_{M2} \quad \to \quad \tfrac{1}{2} m \cdot v_1^2 = \tfrac{1}{2} K \cdot \Delta x_2^2 \quad \to \quad \Delta x_2 = \sqrt{\frac{m \cdot v_1^2}{K}} = 0{,}31\ m$$

Se produce una transformación de energía cinética en energía potencial elástica, manteniéndose constante la energía mecánica. La energía cinética disminuye hasta hacerse cero.

b) Ahora las situaciones inicial y final son las que indica el esquema.

Datos: $h_1 = ?$; $\Delta x_1 = 0\ m$; $v_1 = 0\ m/s$

$h_2 = 0$; $\Delta x_2 = 0{,}31\ m$; $v_2 = 0\ m/s$



Ahora sólo actúan dos fuerzas, la gravitatoria y la elástica (no hay normal, ya que la bola no está en contacto con el suelo), y son ambas conservativas, por lo que la energía mecánica del sistema se mantendrá constante.

Así:

$$E_{M1} = Ec_1 + Ep_{g1} + Ep_{el1} = \tfrac{1}{2} m \cdot v_1^2 + mgh_1 + \tfrac{1}{2} K \cdot \Delta x_1^2 = 0 + mgh_1 + 0$$

$$E_{M2} = Ec_2 + Ep_{g2} + Epel_2 = \tfrac{1}{2} m \cdot v_2^2 + mgh_2 + \tfrac{1}{2} K \cdot \Delta x_2^2 = 0 + 0 + \tfrac{1}{2} K \cdot \Delta x_2^2$$

Igualando las energías mecánicas inicial y final.

$$E_{M1} = E_{M2} \quad \rightarrow \quad mgh_1 = \tfrac{1}{2} K \cdot \Delta x_2^2 \quad \rightarrow \quad h_1 = \frac{K \cdot \Delta x_2^2}{2 \cdot mg} = 0{,}77\ m$$

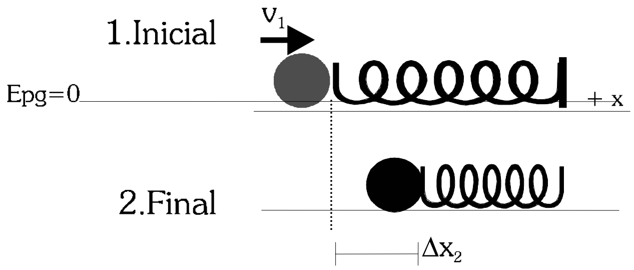
Se produce una transformación de energía potencial gravitatoria en energía potencial elástica, manteniéndose constante la energía mecánica. La energía cinética aumenta durante la caída para luego disminuir durante la compresión del muelle.

16. Un bloque de 5 kg desliza sobre una superficie horizontal. Cuando su velocidad es de 5 m s^{-1} choca contra un resorte de masa despreciable y de constante elástica K = 2500 N m^{-1}. El coeficiente de rozamiento bloque-superficie es 0,2.

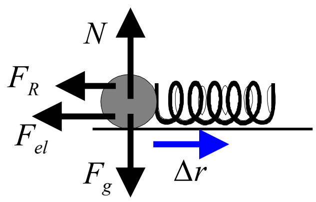
a) Haga un análisis energético del problema.

b) Calcule la longitud que se comprime el resorte. (*Δx = 0,22 m*)

c) Tras la compresión máxima, el muelle vuelve a descomprimirse y el bloque sale despedido hacia atrás. Calcule la distancia que recorre el bloque hasta que se para. *(Δr =6 m aprox.)*



Datos: m = 5 kg , K = 2500 N/m , μ = 0,2
Inicial: $v_1 = 5$ m/s ; $\Delta x_1 = 0$ m
Final: $v_2 = 0$ m/s ; Δx_2 = ?



a) Resolvemos el problema usando conceptos energéticos. Estudiamos las fuerzas que actúan a lo largo del desplazamiento del cuerpo y cómo varían las diferentes energías implicadas en él.

Fuerzas que actúan:

- Peso: $Fg = m \cdot g = 50\,N$. Es conservativa → Tiene asociada una energía potencial gravitatoria. *Esta Epg = m·g·h*, se mantendrá constante (e igual a 0), ya que el peso no realiza trabajo, al ser perpendicular al desplazamiento.
- Normal: La calculamos haciendo $\Sigma Fy = 0 \quad \Rightarrow \quad N - Fg = 0 \quad \Rightarrow \quad N = Fg = 50N$. Es una fuerza no conservativa, pero no realiza trabajo durante el desplazamiento, ya que es perpendicular a éste. No contribuye a la variación de la energía mecánica.
- Fuerza de rozamiento: $F_R = \mu{\cdot}N$. Es una fuerza no conservativa, disipativa, y el trabajo que realiza hace disminuir la energía mecánica del cuerpo.
- Fuerza elástica ($\vec{F}_{el} = -K \cdot \Delta\vec{x}$). Es una fuerza conservativa, que lleva asociada una energía potencial elástica ($Epel = \frac{1}{2} K (\Delta x)^2$). Hará disminuir la Ec del bloque conforme se comprime, aunque no hace variar la E_M.

Variaciones de energía:

$Ec = \frac{1}{2} m \cdot v^2$: Disminuye hasta hacerse cero, debido al trabajo realizado por el rozamiento y por la fuerza elástica.

Epg = m·g·h (origen en el suelo h=0) Se mantiene constante e igual a 0. No la tendremos en cuenta.

$Epel = \frac{1}{2} K (\Delta x)^2$ *(origen en la posición de equilibrio)* Inicialmente nula. Aumenta conforme se comprime el muelle, hasta llegar a su valor máximo.

$E_M = Ec + Epg + Epel$: No se mantiene constante, debido a que actúan una fuerza no conservativa (rozamiento) que realiza trabajo. Se cumplirá que $W_{FNC} = \Delta EM \quad \rightarrow \quad W_{FR} = E_{M2} - E_{M1}$

En resumen. Inicialmente el cuerpo tiene energía cinética, que se invierte en comprimir el muelle, aumentando su energía potencial. Parte de la energía cinética inicial se disipa en forma de calor debido al rozamiento, con lo que la energía mecánica disminuye.

b) Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica.

Situación inicial: $E_{M1} = Ec_1 + Ep_{g1} + Ep_{el1} = \frac{1}{2} m \cdot v_1^2$

Situación final: $E_{M2} = Ec_2 + Ep_{g2} + Epel_2 = \frac{1}{2} K \cdot \Delta x_2^2$

$W_{FR} = F_R \cdot \Delta r \cdot \cos 180^o = -F_R \cdot \Delta r = -\mu \cdot mg \cdot \Delta x_2$

(el desplazamiento Δr coincide con la compresión final del muelle)

$E_{M\,2} -$

Sustituyendo los datos *(K = 2500 N/m ,m = 5 kg , v_1 = 5 m/s, g = 10 m/s^2)*

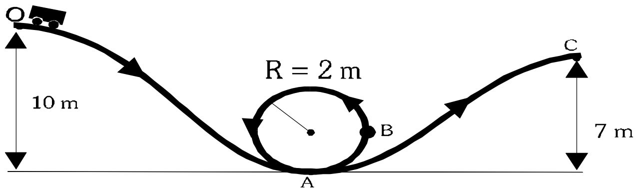
$$\tfrac{1}{2}\,2500 \cdot \Delta x_2^{\;2} - \tfrac{1}{2}\,5 \cdot 5^2 = -0{,}2 \cdot 50 \cdot \Delta x_2$$

Tenemos una ecuación de segundo grado. Resolviéndola, obtenemos la compresión final del muelle

$\Delta x_2 = 0{,}22\ m$

20.- ¿Qué velocidad tendrá un vagón de una montaña rusa sin rozamiento en los puntos A, B y C de la figura, si el carrito parte de O con v_0 = 0 m/s ?

(v_A= 14,14 m/s ; v_B =12,65 m/s ; v_C = 7,74 m/s)



Al no existir rozamiento, las únicas fuerzas que tenemos aplicadas durante el movimiento del vagón son:
Fuerza gravitatoria (Fg = mg). Es conservativa.
Normal: Es no conservativa, pero no realiza trabajo, ya que actúa en perpendicular al desplazamiento en todo momento.

Como no hay aplicadas fuerzas no conservativas que realicen trabajo, la energía mecánica del vagón se mantendrá constante durante todo el recorrido.

$$E_M = Ec + Ep_g = \tfrac{1}{2} m v^2 + mgh = cte$$

Calculamos en primer lugar la energía mecánica en el punto O. (*la velocidad en O es cero, ya que parte del reposo*)

$$E_{MO} = Ec_O + Ep_{gO} = \tfrac{1}{2} m v_O^{\;2} + mgh_O = 0 + mgh_O = mgh_O$$

En el punto A, que está en el suelo, el vagón tendrá energía cinética pero no potencial (*h = 0 m*)

$$E_{MA} = Ec_A + Ep_{gA} = \tfrac{1}{2} m v_A^{\;2} + mgh_A$$

Igualando las energía mecánica en ambos puntos $\cancel{m} g h_O = \tfrac{1}{2} \cancel{m} v_A^{\;2} + \cancel{m} g h_A$ (*la masa no influye*)

Sustituimos los valores (h_O = 10 m, h_A = 0 m , g = 10 m/s^2) despejamos el valor de v_A v_A = 14,14 m/s

Calculamos las velocidades en los otros dos puntos usando el mismo procedimiento